Voici les principaux D.L. à connaître. Ce sont des D.L. au **voisinage de 0**, et dans chaque D.L., ε désigne une fonction définie sur un voisinage de 0 et telle que $\lim_{x \to 0} \varepsilon(x) = 0$. A chaque ligne ε est évidemment différente, mais on la désignera toujours de la même façon.

0n remarquera, pour le deuxième développement limité de l'encadré est valable pour $m \in \mathbf{R}$ et que $m = \frac{1}{2}$ correspond au développement limité de $\sqrt{1 + x}$, et $m = -\frac{1}{2}$ correspond à celui de $\frac{1}{\sqrt{1 + x}}$, ces D.L. sont très utilisés dans les exercices.

$$\frac{1}{1-x} = 1 + x + x^2 + x^3 + \ldots + x^n + x^n \varepsilon(x)$$

$$(1 + x)^m = 1 + mx + \frac{m(m-1)}{2!} x^2 + \ldots + \frac{m(m-1)\ldots(m-n+1)}{n!} x^n + x^n \varepsilon(x) \quad (m \in \mathbf{R})$$

$$\ln(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} + \ldots + (-1)^{n-1} \frac{x^n}{n} + x^n \varepsilon(x)$$

$$e^x = 1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \ldots + \frac{x^n}{n!} + x^n \varepsilon(x)$$

La plupart de ces D.L. peuvent être obtenus à l'aide de la formule de Taylor-Young. On pourra les retenir pour gagner du temps dans les exercices.
A l'examen ces développements limités seront donnés si nécessaire.

On a aussi :

$$\sin x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \ldots + (-1)^{n+1} \frac{x^{2n-1}}{(2n-1)!} + x^{2n} \varepsilon(x)$$

$$\cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \ldots + (-1)^n \frac{x^{2n}}{(2n)!} + x^{2n+1} \varepsilon(x)$$

Remarque : Ces six formules s'appliquent pour toute quantité u qui est voisine de 0, pour cela il suffit de remplacer x par u dans la formule.