Leçon 05 - Correction des "Exercez-vous"

Exercez-vous 6 : 1) Montrer que f : $x \to 2\ln x - x + 2$ est concave sur $\mathbf{R}^+$.
2) Trouver rapidement l'extremum global de f sur $\mathbf{R}^+$.

Solution

1) D'après les remarques de **3.2.**, les propriétés de **3.3** et les résultats de l'exemple **4**, $x \to \ln x$ et $x \to -x + 2$ sont concaves sur $\mathbf{I} =]0 , +\infty[$ et une combinaison linéaire de ces deux fonctions à coefficients positifs (2 et 1) est encore concave sur **I**.

2) D'après le théorème **5** , si $f'(x_0) = 0$ sur **I**, x_0 correspond à un maximum global de f sur **I**.
Or $f'(x) = \frac{2}{x} - 1$ et s'annule uniquement en $x_0 = 2 \in \mathbf{I}$. $f(2) = 2\ln 2$ est donc un maximum global de f.