

# Leçon 05 - Correction des "Exercez-vous"

.....

## Exercez-vous 3 :

Soit  $f : x \rightarrow x^4 + ax^3 + bx^2 + 1$ . Déterminer  $a$  et  $b$  pour que  $A(1,2)$  corresponde à un extremum local. Préciser la nature de cet extremum (maximum ou minimum).

## Solution

$f$  est deux fois dérivable, on peut donc utiliser  $f'$  et  $f''$ .

$f'(x) = 4x^3 + 3ax^2 + 2bx$ .  $C(f)$  admet pour extremum  $A(1,2)$  ssi : 
$$\begin{cases} f(1) = 2 \\ f'(1) = 0 \\ f' \text{ change de signe en } 1 \end{cases}$$

soit  $\begin{cases} a + b + 2 = 2,4 + 3a + 2b = 0 \\ f' \text{ change de signe en } 1 \end{cases}$

Donc  $\begin{cases} a+b = 0 \\ 3a + 2b = -4 \end{cases}$  et  $\begin{cases} a = -4 \\ b = 4 \end{cases}$ . Considérons  $f : x \rightarrow x^4 - 4x^3 + 4x^2 + 1$

$f(1) = 2$  et  $f'(x) = 4x(x-1)(x-2)$ ,  $f'$  s'annule bien en changeant de signe en 1.

Et  $f''(x) = 12x^2 - 24x$ , donc  $f''(1) < 0$  et  $A$  correspond à un maximum de  $f$  et ce maximum vaut 2.