

Leçon 04 - Correction des "exercez-vous"

Exercez-vous 9 : Soit h la fonction définie par
$$\begin{cases} h(x) = x^2 + 2x - 1 & \text{si } x \geq 0 \\ h(x) = \frac{2x + 1}{x - 1} & \text{si } x < 0 \end{cases} .$$

Etudier la dérivabilité de h en 0 . Si la représentation graphique de h admet des demi-tangentes au point d'abscisse 0 , donner leur équation. Faire un dessin au voisinage du point $(0, -1)$ en traçant les demi-tangentes éventuelles.

Solution

On a déjà vu que h n'est pas dérivable en 0 .

Par contre, on a aussi obtenu que :

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{h(x) - h(0)}{x} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x) - f(0)}{x} = 2 \text{ et } \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{h(x) - h(0)}{x} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{g(x) - g(0)}{x} = -3.$$

On en déduit donc que h admet en 0 , un nombre dérivé à droite qui vaut 2 et un nombre dérivé à gauche qui vaut -3 .

La représentation graphique de h admet donc en $(0, -1)$ une demi-tangente \mathbf{T} à droite d'équation $y = 2x - 1$ et $x > 0$ et une demi-tangente \mathbf{T}' à gauche d'équation $y = -3x - 1$ et $x < 0$.

