

Leçon 04 - Correction des "exercez-vous"

Exercez-vous 8 : Soit f , la fonction définie sur \mathbf{R} par $\begin{cases} f(x) = x \ln |x| & \text{si } x \neq 0 \\ f(0) = 0 \end{cases}$.

1) Etudier la continuité de f .

2) f est-elle dérivable en 0? La représentation graphique de f admet-elle une tangente à l'origine? Si oui donner l'équation de cette tangente.

Solution

1) f est définie sur \mathbf{R} et est continue en tout point de \mathbf{R}^* . Le problème se pose uniquement en 0.

Or $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} x \ln |x| = 0$ (« x l'emporte sur son logarithme en 0 »).

Donc $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = f(0)$ et f est continue en 0.

2) Pour déterminer si f est dérivable en 0, il faut calculer le nombre dérivé de f en zéro :

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \ln |x| = -\infty$. f n'est donc pas dérivable en 0. Néanmoins $C(f)$ admet une tangente verticale en $(0,0)$.