

Leçon 04 - Correction des "exercez-vous"

Exercez-vous 7 :

- 1) Déterminer les dérivées successives de la fonction f de l'exercez-vous 1.
- 2) Déterminer les dérivées successives de la fonction g de l'exercez-vous 1.

Solution

1) $f(x) = x^2 + 2x - 1$, on a déjà vu (exercez-vous 3) que pour tout réel x , $f'(x) = 2x + 2$. Et pour tout réel x , $f''(x) = 2$ et $f^{(3)}(x) = 0$ et pour entier $n \geq 3$, $f^{(n)}(x) = 0$.

2) $g(x) = \frac{2x + 1}{x - 1}$, on a déjà vu (exemple 3) que pour $x \in \mathbf{R} \setminus \{1\}$ $g'(x) = \frac{-3}{(x - 1)^2}$.

Sur $\mathbf{R} \setminus \{1\}$, $g''(x) = \frac{6}{(x - 1)^3}$ ($g'(x)$ est de la forme $-3(p(x))^{-2}$ avec $p(x) = x - 1$ et $p'(x) = 1$).

$g^{(3)}(x) = \frac{-18}{(x - 1)^4}$, $g^{(4)}(x) = \frac{72}{(x - 1)^5}$... $g^{(n)}(x) = \frac{(-1)^n 3(1 \times 2 \times 3 \times 4 \times \dots \times n)}{(x - 1)^{n+1}}$.