

# Leçon 04 - Correction des "exercez-vous"

## Exercez-vous 3 :

- 1) En reprenant la fonction  $f$  de l'exercez-vous 1 ( $f: x \rightarrow x^2 + 2x - 1$ ) calculer la dérivée  $f'$  après avoir déterminé son ensemble de dérivation.
- 2) En reprenant la fonction  $g$  de l'exercez-vous 1, calculer la dérivée  $g'$  après avoir déterminé son ensemble de dérivation.
- 3) En reprenant les fonctions  $f$  et  $g$  de l'exercez-vous 1, calculer la dérivée de  $fg$  après avoir déterminé son ensemble de dérivation.
- 4) En reprenant les fonctions  $f$  et  $g$  de l'exercez-vous 1, calculer la dérivée de  $\frac{f}{g}$  après avoir déterminé son ensemble de dérivation.

## Solution

1) Si  $f(x) = x^2 + 2x - 1$ ,  $f$  est dérivable sur  $\mathbf{R}$  d'après les théorèmes du cours et  $f'(x) = 2x + 2$ .

2) Si  $g(x) = \frac{2x+1}{x-1}$ ,  $g$  est dérivable sur  $\mathbf{R} \setminus \{1\}$  d'après les théorèmes du cours et  $g'(x) = \frac{2(x-1) - (2x+1)}{(x-1)^2}$   
 $g'(x) = \frac{-3}{(x-1)^2}$ .

3)  $fg$  est dérivable sur  $\mathbf{R} \setminus \{1\}$  d'après les théorèmes du cours et  $(fg)'(x) = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$ .  
 $(fg)'(x) = \frac{(2x+2)(2x+1)}{x-1} + \frac{(x^2+2x-1)(-3)}{(x-1)^2} = \frac{4x^3 - x^2 - 10x + 1}{(x-1)^2}$ .

4)  $\frac{f}{g}$  est dérivable sur  $\mathbf{R} \setminus \{1; -\frac{1}{2}\}$  d'après les théorèmes du cours et on a

$$\left(\frac{f}{g}\right)'(x) = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{g^2(x)} = \frac{\frac{(2x+2)(2x+1)}{x-1} - \frac{(x^2+2x-1)(-3)}{(x-1)^2}}{\left(\frac{2x+1}{x-1}\right)^2}$$

$$\left(\frac{f}{g}\right)'(x) = \frac{4x^3 + 5x^2 + 2x - 5}{(2x+1)^2}$$

On peut aussi remarquer que  $\frac{f}{g}(x) = \frac{(x^2+2x-1)(x-1)}{2x+1} = \frac{x^3+x^2-3x+1}{2x+1}$  et

$$\left(\frac{f}{g}\right)'(x) = \frac{(3x^2+2x-3)(2x+1) - 2(x^3+x^2-3x+1)}{(2x+1)^2} = \frac{4x^3+5x^2+2x-5}{(2x+1)^2}$$