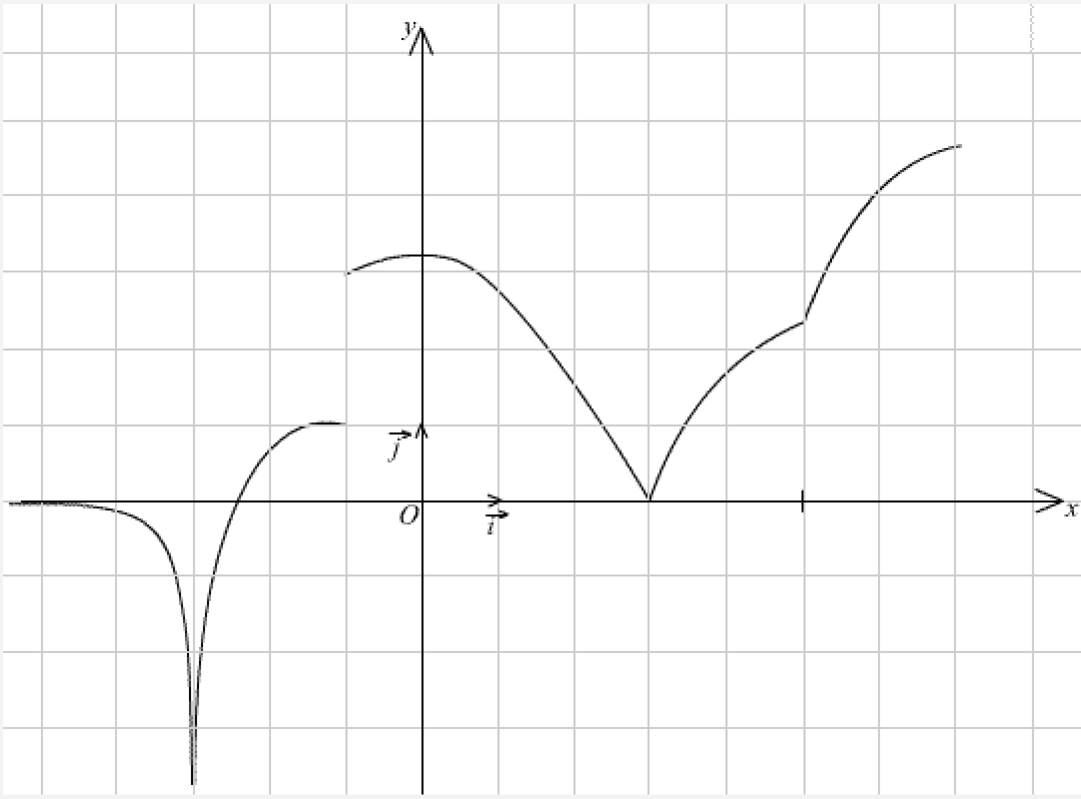
Leçon 04 - Correction des "Avez-vous compris"

Avez-vous compris ? 2 :
Une fonction peut être continue en un point sans y être dérivable.

1)

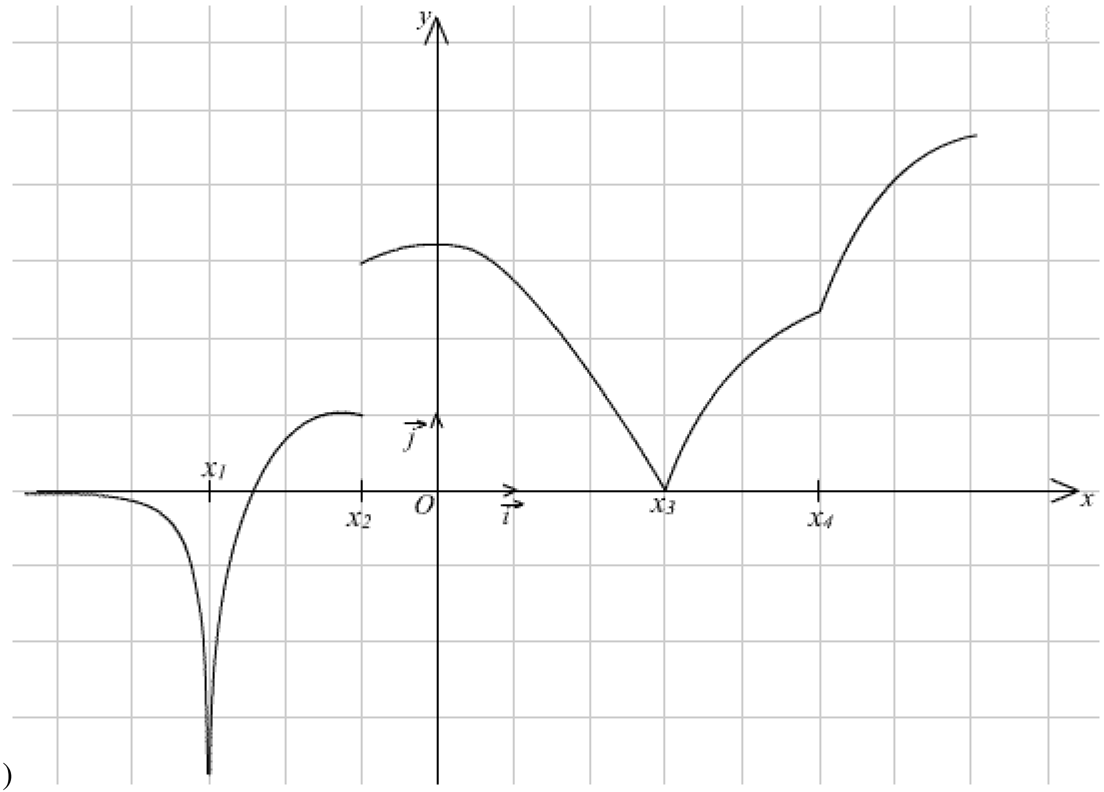


2) Soit h la fonction définie par $\begin{cases} h(x) = x^2 + 2x - 1 \text{ si } x \geq 0 \\ h(x) = \dfrac{2x + 1}{x - 1} \text{ si } x < 0 \end{cases}$.

a)Faire la représentation graphique de h.
b)h est-elle continue sur **R** ?
c)h est-elle dérivable en 0.(avez-vous compris ? **1**)

Solution

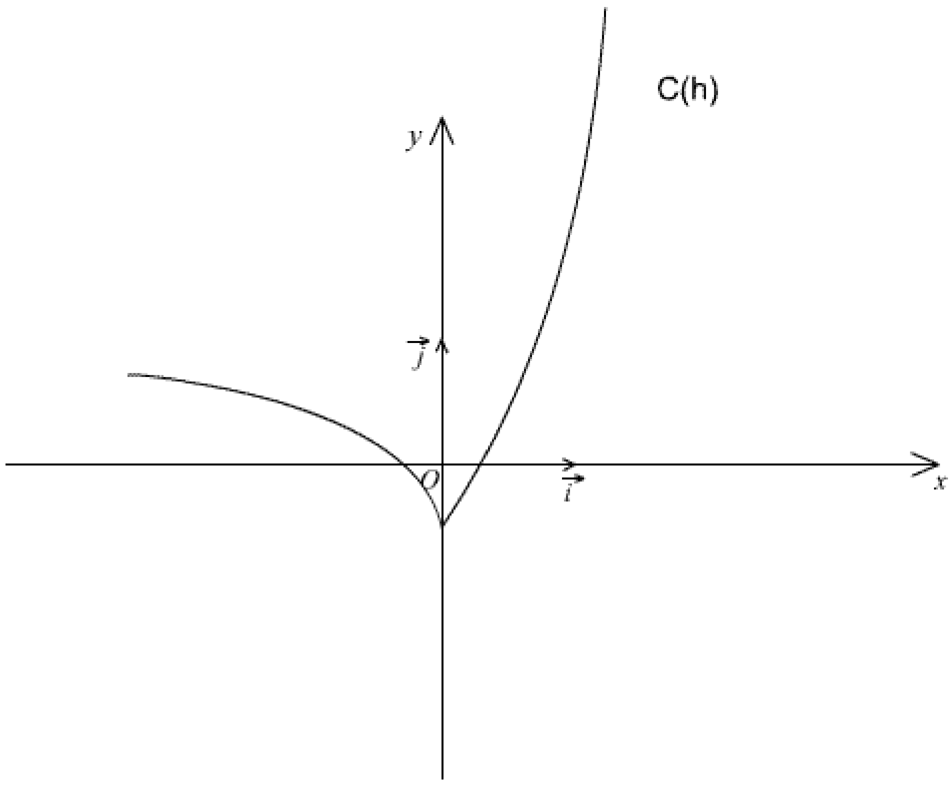
1)



f n'est pas continue en x_1 et x_2 et f n'est pas dérivable en x_1, x_2, x_3 et x_4. Ainsi f est continue en x_3 et x_4 sans y être dérivable.

2)

a)La représentation de h est constituée d'un morceau de parabole d'équation $y = x^2 + 2x - 1$ avec $x \geq 0$ et d'un morceau d'hyperbole d'équation $y = \dfrac{2x+1}{x-1}$ avec $x < 0$.



b) Les deux morceaux de courbe se raccordent en (0,-1), h est bien continue en –1.

c) En (0,-1) la représentation graphique de h n'a pas de tangente, h n'est donc pas dérivable en 0. D'ailleurs

$\lim_{x \to 0^+} \frac{h(x) - h(0)}{x} = \lim_{x \to 0^+} \frac{f(x) - f(0)}{x} = 2$ d'après le résultat de l'exemple **1**, et

$\lim_{x \to 0^-} \frac{h(x) - h(0)}{x} = \lim_{x \to 0^-} \frac{g(x) - g(0)}{x} = -3$ d'après le résultat de l'exemple **1**.

Les limites à droite et à gauche sont différentes, la limite n'existe donc pas et on retrouve ainsi que h n'est pas dérivable en 0.