Leçon 03 – Correction des "Exercez-vous"

Exercez vous 3
Etudier les limites éventuelles suivantes
de $f_1 : x \in \mathbb{R}^* \mapsto e^x + \dfrac{1}{x}$, en $+\infty$, en $-\infty$, en 0
de f_2 :: $x \in \mathbb{R}_+^* \mapsto x + \ln x$, en 0 , $+\infty$

Solution

$\lim\limits_{x\to+\infty} f_1(x)$: $\lim\limits_{x\to+\infty} e^x = +\infty$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} 1/x = 0^+$, **donc les formules d'addition des limites indiquent que**

$$\lim_{x\to+\infty} (e^x + 1/x) = +\infty.$$

$\lim\limits_{x\to-\infty} f_1(x)$: $\lim\limits_{x\to-\infty} e^x = 0$, $\lim\limits_{x\to-\infty} 1/x = 0$, **donc** $\lim\limits_{x\to-\infty} (e^x + 1/x) = 0 + 0 = 0$.

$\lim\limits_{x\to 0} f_1(x)$:

$\lim\limits_{x\to 0^-} (1/x) = -\infty$ et $\lim\limits_{x\to 0} e^x = 1$, **donc** $\lim\limits_{x\to 0^-} (e^x + 1/x) = -\infty$.

$\lim\limits_{x\to 0^+} (1/x) = +\infty$ et et $\lim\limits_{x\to 0} e^x = 1$, **donc** $\lim\limits_{x\to 0^+} (e^x + 1/x) = +\infty$

Donc il n'y a pas une limite en 0 , mais une limite à droite et une à gauche.

f_2 :

en 0 :

$\lim\limits_{x\to 0^+} x = 0^+$ et $\lim\limits_{x\to 0^+} \ln x = -\infty$, **donc** $\lim\limits_{x\to 0^+} (x + \ln x) = -\infty$

<u>**en $+\infty$**</u> : $\lim\limits_{x\to+\infty} x = +\infty$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} \ln x = +\infty$, **donc** $\lim\limits_{x\to+\infty} (x + \ln x) = +\infty$