Leçon 03 – Correction des "Exercez-vous"

Exercez vous 13

La fonction $f : x \in \mathbb{R} \mapsto \begin{cases} \exp(x) + 1 \text{ si } x \leq 0 \\ x+2 \text{ si } x > 0 \end{cases}$ est-elle continue sur tout $\mathbb{R}$?

Et la fonction g définie par $x \in \mathbb{R} \mapsto \begin{cases} \exp(x) + 1 \text{ si } x \leq 0 \\ 2x+3 \text{ si } x > 0 \end{cases}$

Solution

<u>**f :**</u> f est continue sur $\mathbb{R}^*$, puisque sur $]0, +\infty[$ c'est un polynôme et sur $]-\infty, 0[$ la somme d'une fonction exponentielle et d'une constante . Les polynômes comme les exponentielles sont continus sur tout $\mathbb{R}$. Le seul problème se pose en 0.

$\lim_{x \to 0^-} f(x) = \lim_{x \to 0^-} e^x + 1 = e^0 + 1 = 2$, et $\lim_{x \to 0^+} f(x) = \lim_{x \to 0^+} (x+2) = 2 = \lim_{x \to 0^-} f(x)$.

Donc $\lim_{x \to 0} f(x) = 2$. Or $f(0) = 2$.

Donc f est continue en 0 .

Or on a vu que f est continue sur $\mathbb{R}^*$.

Donc f est continue sur $\mathbb{R}$.

<u>**g :**</u> de la même façon, g est continue sur $\mathbb{R}^*$.

$\lim_{x \to 0^-} g(x) = \lim_{x \to 0^-} e^x + 1 = e^0 + 1 = 2$, et $\lim_{x \to 0^+} g(x) = \lim_{x \to 0^+} (2x+3) = 3$

Donc $\lim_{x \to 0^-} g(x) \neq \lim_{x \to 0^+} g(x)$

Donc **g n'est pas continue en 0**.