Leçon 2 – Correction des "Exercez-vous" : Fonctions classiques de IR dans IR

Exercez-vous 9:

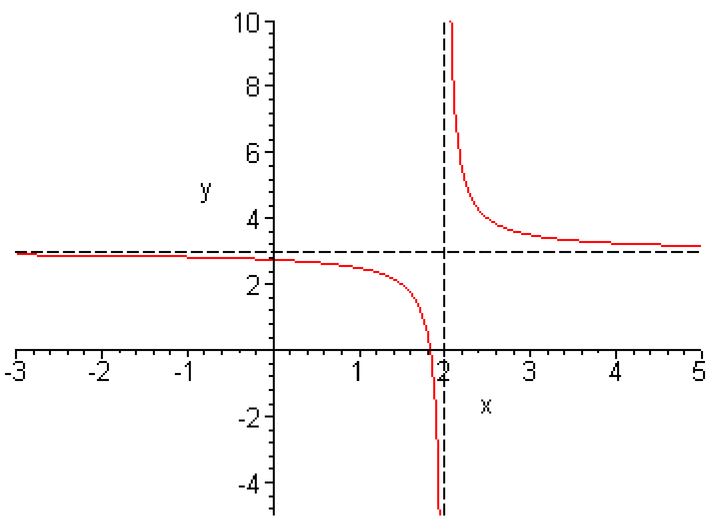
1) Déterminer rapidement l'allure de la courbe représentative de la fonction:
$x \in \mathbb{R} - \{2\} \mapsto \dfrac{6x - 11}{2x - 4}$.

2) Déterminer rapidement l'allure de la courbe représentative de la fonction:
$x \in \mathbb{R} - \{-1/2\} \mapsto (2x-1)/(2x+1)$

Solution

Il s'agit d'une fonction homographique, sa courbe représentative est une hyperbole, **l'asymptote horizontale** est donnée par la limite en $+\infty$, c'est la **droite d'équation $y = 6/2 = 3$**
La valeur qui annule le dénominateur est $x = 2$, donc **l'asymptote verticale** est la **droite d'équation $x = 2$**.
Le **centre de symétrie de l'hyperbole** est donc le point de coordonnées (2,3).
Pour $x = 0$, $y = 11/4$, la courbe passe donc par le point de coordonnées (0, 11/4), ce point est dans le quadrant 3 , si on numérote les quadrants comme dans les exemples du cours. Donc **l'hyperbole occupe les quadrants 1 et 3**, ce qui implique que la fonction est **décroissante sur son domaine de définition**.
Voilà qui suffit à donner l'allure de la courbe.

La courbe représentée ici est bien sûr plus précise, mais ces informations et le calcul de quelques points de la courbe auraient suffi à construire un schéma rapide.



2) Il s'agit d'une fonction homographique, sa courbe représentative est donc une **hyperbole**.

Bien que ce ne soit pas indispensable, on peut ici s'aider de la **forme canonique** qui est

particulièrement facile à construire : $\dfrac{2x - 1}{\mathbf{2x + 1}} = \dfrac{\mathbf{2x + 1} - 2}{\mathbf{2x+1}} = 1 - \dfrac{2}{2x + 1}$

La valeur qui annule le dénominateur est x = -1/2 , **l'asymptote verticale** a donc pour équation **x = -½.**
La limite en +∞ est 1, **l'asymptote horizontale** a donc pour équation **y = 1**
Le **centre de symétrie** de l'hyperbole est donc le point de coordonnées **(-1/2, 1)**
Pour x = 0, y = -1, la courbe passe donc par le point de coordonnées (0, -1), situé dans le quadrant 4, si on numérote comme dans l'exemple du cours les 4 quadrants formés par les asymptotes. La courbe occupe donc les **quadrants 2 et 4**, la fonction est donc **croissante** sur son domaine de définition sur]-∞, -1/2[et sur]1/2, +∞[, ce que l'on pouvait trouver aussi en observant la forme canonique de la fonction.