

Remise à niveau en mathématiques pour l'économie et la gestion

Étude de cas – L'élasticité

Ce cours vous est proposé par Jean-François Caulier, Maître de conférences, Paris-1 Panthéon Sorbonne et par AUNEGe, l'Université Numérique en Économie Gestion.

Consignes

Cet exercice montre en quoi l'élasticité-prix de la demande est un concept clé en gestion d'entreprise, pour maximiser le profit.

Contexte :

Une salle de cinéma propose des séances pour deux types de public, adultes et jeunes. Les statistiques de fréquentation sont actuellement les suivantes : au prix de 10 € la séance, 100 adultes fréquentent la salle par jour. À 12 € la séance, seuls 95 adultes fréquentent la salle par jour. Pour les jeunes, quand le prix de la séance s'élève à 8 €, 120 jeunes fréquentent la salle par jour, contre seulement 100 quand le prix est de 10 €.

Questions :

1. Sur base des données du cinéma, calculez les élasticités-prix de la demande de séances pour adultes et celle pour les jeunes. Qu'observez-vous ?
2. Si l'on suppose que les fonctions de demande chez les adultes comme chez les jeunes sont linéaires, déterminez pour chaque groupe la valeur des paramètres a et b de leur fonction de demande de la forme $Q(P) = a - bP$. On notera Q_a , P_a et Q_j , P_j les demandes et prix des adultes et des jeunes respectivement.
3. Pour maximiser la recette, il faut fixer un prix P tel que l'élasticité soit unitaire. Résolvez l'équation $P \times \frac{-b}{a-bP} = -1$ pour les deux groupes afin de déterminer le prix qui maximisera la recette. Que vaut cette recette pour les deux groupes ?

1. Calcul des élasticités

Public adulte :

$$\begin{aligned}\Delta Q &= 95 - 100 = -5 \\ Q_0 &= 100 \\ \Delta P &= 12 - 10 = 2 \\ P_0 &= 10 \\ E_d &= \frac{-5/100}{2/10} = \frac{-0,05}{0,2} = -0,25\end{aligned}$$

Public jeune :

$$\begin{aligned}\Delta Q &= 100 - 120 = -20 \\ Q_0 &= 120 \\ \Delta P &= 10 - 8 = 2 \\ P_0 &= 8 \\ E_j &= \frac{-20/120}{2/8} = \frac{-0,1667}{0,25} = -0,667\end{aligned}$$

On remarque que les deux demandes sont inélastiques puisqu'inférieures à 1 en valeur absolue. Celle des jeunes est plus élevée que celle des adultes, ce qui indique moins de réaction de la demande des adultes face à une variation du prix, ce qui s'explique en général par un meilleur pouvoir d'achat (et donc moins de sensibilité face à une hausse de prix).

2. Supposons que les fonctions de demande soient de la forme $Q = a - bP$.

Pour les adultes :

$$\begin{aligned}100 &= a - 10b \\ 95 &= a - 12b\end{aligned}$$

En résolvant ce système, nous obtenons a et b .

Soustrayons les deux équations :

$$5 = 2b \Rightarrow b = 2,5$$

Substituons b dans l'une des équations :

$$100 = a - 10 \times 2,5 \Rightarrow a = 125$$

La fonction de demande pour les adultes est donc :

$$Q_a = 125 - 2,5P_a$$

Pour les jeunes :

$$\begin{aligned} 120 &= a - 8b \\ 100 &= a - 10b \end{aligned}$$

Soustrayons les deux équations :

$$20 = 2b \Rightarrow b = 10$$

Substituons b dans l'une des équations :

$$120 = a - 8 \times 10 \Rightarrow a = 200$$

La fonction de demande pour les jeunes est donc :

$$Q_j = 200 - 10P_j$$

3. Nous cherchons maintenant à maximiser la recette dans chacun des groupes.

Après des adultes, on cherche à résoudre :

$$P_a \times \frac{-2,5}{125 - 2,5} = -1 \Leftrightarrow -5P_a = -125 \Leftrightarrow P_a = 25$$

Chez les jeunes :

$$P_j \times \frac{-10}{200 - 10P_j} = -1 \Leftrightarrow -20P_j = 200 \Leftrightarrow P_j = 10$$

Pour trouver les recettes correspondantes, il faut calculer la demande dans chacun des groupes aux prix proposés :

$$Q_a(25) = 125 - 2,5 \times 25 = 62,5$$

$$Q_j(10) = 200 - 10 \times 10 = 100$$

Donc les recettes chez les adultes s'élèvent à $62,5 \times 25 = 1562,5$ et chez les jeunes à $100 \times 10 = 1000$, ce qui fait une recette globale de 2562,5.

Références

Comment citer ce cours ?

Remise à niveau en mathématiques pour l'économie et la gestion, Jean-François Caulier, AUNEGe (<http://auneg.fr>), CC – BY NC ND (<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/>).



Cette œuvre est mise à disposition dans le respect de la législation française protégeant le droit d'auteur, selon les termes du contrat de licence Creative Commons Attribution - Pas d'Utilisation Commerciale - Pas de Modification 4.0 International (<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/>). En cas de conflit entre la législation française et les termes de ce contrat de licence, la clause non conforme à la législation française est réputée non écrite. Si la clause constitue un élément déterminant de l'engagement des parties ou de l'une d'elles, sa nullité emporte celle du contrat de licence tout entier.