

Remise à niveau en mathématiques pour l'économie et la gestion

Généralités sur les fonctions usuelles – L'élasticité

Ce cours vous est proposé par Jean-François Caulier, Maître de conférences, Université Paris 1 Panthéon Sorbonne et par AUNEGe, l'Université Numérique en Économie Gestion.

Table des matières

Préambule	2
Introduction	2
Définitions	3
Exemples	4
Références	6

Préambule

Objectifs :

- Savoir mesurer une élasticité et l'interpréter,
- Appliquer le concept à la fonction de demande d'un bien.

Introduction

Cette section introduit une des notions les plus utilisées en économie lorsqu'il s'agit de mesurer la sensibilité d'une variable face au changement d'une autre variable. Par exemple, comment varie la demande de café lorsque son prix augmente de 10% ? Est-ce que la demande reste sensiblement identique ou au contraire, se réduit-elle drastiquement ? C'est à ce type de question que la notion d'élasticité permet de répondre de manière quantifiée. L'élasticité-prix de la demande est un concept économique fondamental qui décrit la sensibilité de la quantité demandée d'un bien ou d'un service par rapport à une variation de son prix. En d'autres mots, elle mesure le degré de réaction des consommateurs face à un changement de prix. Cette notion est cruciale pour les entreprises et les décideurs politiques, car elle leur permet de comprendre et d'anticiper les effets des variations de prix sur la demande.

Si l'élasticité-prix de la demande est emblématique, d'autres types d'élasticité existent. Dès l'instant où une variable A dépend d'une autre variable B , il est possible de mesurer une élasticité. La valeur de A dépend de la valeur de B . Ainsi, toute variation de B induit un changement de valeur pour A . Une manière d'analyser la sensibilité de la variable A face à une variation de la variable B serait de comparer leurs changements en calculant le rapport $\Delta A/\Delta B$, l'intensité relative de leurs changements. Est-ce que A varie plus ou moins que B ? Le problème est que les deux variables ne se mesurent pas nécessairement dans la même unité. L'élasticité résout ce problème en proposant de mesurer le rapport de leurs variations en pourcentage.

Lorsqu'une variable A dépend d'une autre variable B (c'est-à-dire si « A est fonction de B »), alors **l'élasticité de A par rapport à B** se mesure par :

$$\varepsilon^A = \frac{\text{variation en pourcentage de } A}{\text{variation en pourcentage de } B}$$

- Si $|\varepsilon^A| > 1$, A est élastique, c'est-à-dire que la variable A varie proportionnellement plus que la variable B ,
- Si $|\varepsilon^A| = 1$, A et B varie dans la même proportion,
- Si $|\varepsilon^A| < 1$, A est inélastique, c'est-à-dire que la variable A n'est pas tellement affectée par la variation de B .

Outre l'élasticité-prix de la demande, on peut citer l'élasticité-prix de l'offre qui mesure la réaction de la quantité offerte face à un changement de prix. L'élasticité-revenu de la demande mesure la réaction de la demande d'un bien face à une modification du revenu. On parle de **bien normal** si la quantité demandée augmente en cas d'augmentation du revenu, et de **bien inférieur** si la demande diminue quand le revenu augmente. L'élasticité croisée de la demande mesure la sensibilité de la demande d'un bien en réponse à une variation du prix d'un autre bien. Si cette élasticité est positive, les deux biens sont **substituts**, si l'élasticité est négative, les biens sont **complémentaires**.

Examinons maintenant plus en détail les définitions qui nous permettront de mesurer plus précisément une élasticité.

Définitions

Si deux variables x et y sont reliées entre elles, alors tout changement de valeur de l'une entraîne un changement de valeur de l'autre, selon la relation $y = f(x)$. Ce lien signifie que lorsque x varie de Δx , y varie de Δy .

Une manière de comparer les amplitudes de variations s'opère grâce au **taux de variation** $\frac{\Delta y}{\Delta x}$.

Exemple : Si $Q(P)$ est la quantité demandée de pommes dépendant du prix de la pomme, alors $\frac{\Delta Q(P)}{\Delta P}$ mesure le changement des quantités demandées par changement de prix.

Le problème est qu'on divise des pommes par des euros, ce qui difficilement interprétable.

Pour remédier à cela, on utilise les variations en pourcentage.

La variation en pourcentage d'une variable y se mesure par :

$$\frac{\Delta y}{y} \times 100\%$$

où Δy est la variation absolue de la variable et y au dénominateur sa valeur initiale.

L'élasticité d'une variable $y = f(x)$ par rapport à la variable x se définit comme le rapport de leurs variations en pourcentage :

$$\varepsilon = \frac{\frac{\Delta y}{y}}{\frac{\Delta x}{x}}$$

L'élasticité-prix de la demande se mesure par :

$$\varepsilon^Q = \frac{\frac{\Delta Q(P)}{Q(P)}}{\frac{\Delta P}{P}}$$

Si au prix P_1 correspond une quantité demandée Q_1 et au prix P_2 correspond une quantité demandée Q_2 , on observe donc $\Delta Q = Q_2 - Q_1$ et $\Delta P = P_2 - P_1$. Dans ce cas, on calcule l'élasticité-prix de la demande par cette formule :

$$\varepsilon^Q = \frac{\frac{Q_2 - Q_1}{Q_1}}{\frac{P_2 - P_1}{P_1}}$$

Pour l'interprétation, on néglige généralement le signe de ε^Q (on considère sa valeur absolue) :

- Si $\varepsilon = 0$, la demande est parfaitement inélastique,
- Si $0 < \varepsilon < 1$, la demande est inélastique,
- Si $\varepsilon = 1$, la demande est d'élasticité unitaire,
- Si $\varepsilon > 1$, la demande est élastique.

Exemples

Nous allons examiner l'élasticité de la demande de billets d'avion pour les deux classes économique et affaire et regarder quel type de conclusion nous pouvons en tirer.

Pour une journée donnée, on observe les prix des billets d'avion en classe économique sur la ligne Paris-Marseille :

- Lorsque le prix est à 120 euros, 240 billets sont vendus en classe économique,
- Lorsque le prix passe à 150 euros, 180 billets sont vendus en classe économique.

Calculons l'élasticité-prix de la demande :

$$E_d = \frac{\% \Delta Q_d}{\% \Delta P}$$

Calcul des variations :

$$\% \Delta Q_d = \frac{180 - 240}{240} \times 100 = -25\%$$

$$\% \Delta P = \frac{150 - 120}{120} \times 100 = 25\%$$

$$E_d = \frac{-25\%}{25\%} = -1$$

L'élasticité de la demande pour les billets en classe économique est de 1, ce qui signifie que pour chaque augmentation de 1% du prix, la quantité demandée diminue de 1%. La demande est donc d'élasticité unitaire.

Pour les billets en classe affaires sur la même ligne :

- Lorsque le prix est à 300 euros, 80 billets sont vendus,
- Lorsque le prix passe à 350 euros, 70 billets sont vendus.

Calcul des variations :

$$\% \Delta Q_d = \frac{70 - 80}{80} \times 100 = -12,5\%$$

$$\% \Delta P = \frac{350 - 300}{300} \times 100 = 16,67\%$$

$$E_d = \frac{-12,5\%}{16,67\%} = -0,75$$

L'élasticité de la demande pour les billets en classe affaires est de 0,75. Cela signifie que pour chaque augmentation de 1% du prix, la quantité demandée diminue de 0,75%. La demande est moins élastique que celle des billets en classe économique. Les consommateurs en classe affaires sont moins sensibles aux variations de prix, probablement en raison de la nature plus essentielle et moins flexible des voyages en classe affaires. Lorsque le prix du billet d'avion augmente, les touristes peuvent se reporter sur d'autres moyens de transport tels que le train, ou repousser leur voyage à une date ultérieure, moins chère. En classe affaire, les voyageurs doivent souvent honorer un rendez-vous prévu, ils n'ont en général pas le loisir de prendre un autre mode de transport plus lent, ou de reporter leur voyage à une date ultérieure.

Références

Comment citer ce cours ?

Remise à niveau en mathématiques pour l'économie et la gestion, Jean-François Caulier, AUNEGe (<http://aunega.fr>), CC – BY NC ND (<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/>).



Cette œuvre est mise à disposition dans le respect de la législation française protégeant le droit d'auteur, selon les termes du contrat de licence Creative Commons Attribution - Pas d'Utilisation Commerciale - Pas de Modification 4.0 International (<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/>). En cas de conflit entre la législation française et les termes de ce contrat de licence, la clause non conforme à la législation française est réputée non écrite. Si la clause constitue un élément déterminant de l'engagement des parties ou de l'une d'elles, sa nullité emporte celle du contrat de licence tout entier.