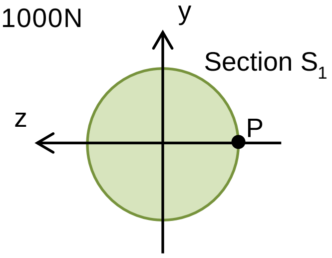
MMC – Test1 – Enoncé1 - correction

La vis à billes ci-dessous travaille en torsion / traction avec C_D=500N.m et F_D=71000N
La section étudiée est la section S_1 de diamètre D=100mm
On s'intéresse dans cette section à un point P situé à l'extérieur

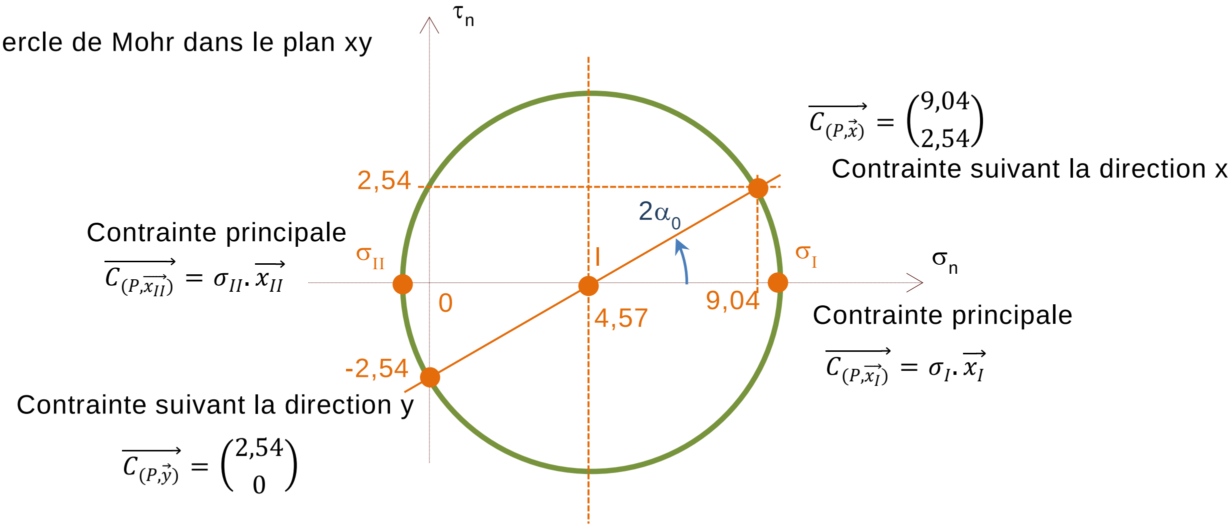


La matrice des contraintes dans le plan (xy) est de la forme :

$[\sigma_{ij}] = \begin{pmatrix} \sigma_x & \tau \\ \tau & 0 \end{pmatrix}$ avec $\sigma = \frac{N}{S}$ et $\tau = \frac{Mt}{I_{Gx}} \cdot \frac{D}{2}$

On obtient : σ_x=9,04MPa et τ=2,54MPa

Cercle de Mohr dans le plan xy



Les contraintes principales et la direction principale s'obtiennent soit à partir du cercle soit par les expressions données :

$\sigma_X = \sigma_I$=9,70MPa $\sigma_Y = \sigma_{II}$=-0,66MPa et α_0=14,7°

La facette la plus cisaillée est à ±45° par rapport à la direction principale X soit à -30,3° et +59,7° par rapport à x

La contrainte équivalente de Tresca correspond au rayon du plus grand cercle de Mohr soit σ_{eqT}=10,36MPa

La contrainte équivalente de Von-Mises est : $\sigma_{eq\ VM} = \sqrt{\frac{1}{2}[(\sigma_I - \sigma_{II})^2 + (\sigma_I - \sigma_{III})^2 + (\sigma_{II} - \sigma_{III})^2]}$ =10,06MPa

La matrice des contraintes dans la base principale est $[\sigma] = \begin{pmatrix} 9.7 & 0 & 0 \\ 0 & -0.66 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$,

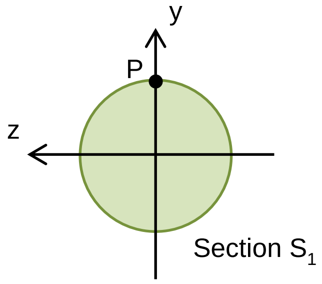
on trouve: $\overrightarrow{C_{(M,\vec{n})}} = \begin{pmatrix} 9.7 & 0 & 0 \\ 0 & -0.66 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1/\sqrt{3} \\ 1/\sqrt{3} \\ 1/\sqrt{3} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9.7/\sqrt{3} \\ -0.66/\sqrt{3} \\ 0 \end{pmatrix}$

$$\sigma_n = \overrightarrow{C_{(M,\vec{n})}}.\vec{n} = \begin{pmatrix} 9.7/\sqrt{3} \\ -0.66/\sqrt{3} \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1/\sqrt{3} \\ 1/\sqrt{3} \\ 1/\sqrt{3} \end{pmatrix} = 3{,}01 MPa$$

$$\overrightarrow{\tau_n} = \overrightarrow{C_{(M,\vec{n})}} - \sigma_n.\vec{n} = \begin{pmatrix} 9.7/\sqrt{3} \\ -0.66/\sqrt{3} \\ 0 \end{pmatrix} - 3{,}01 \begin{pmatrix} 1/\sqrt{3} \\ 1/\sqrt{3} \\ 1/\sqrt{3} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6{,}69/\sqrt{3} \\ -3{,}67/\sqrt{3} \\ -3{,}01/\sqrt{3} \end{pmatrix}$$

MMC – Test1 – Enoncé2 - correction

L'arbre de réducteur ci-dessous travaille en torsion / flexion avec Mf_z=110N.m et Mt=50N.m
La section étudiée est la section S_1 de diamètre D=25mm
On s'intéresse dans cette section à un point P situé à l'extérieur

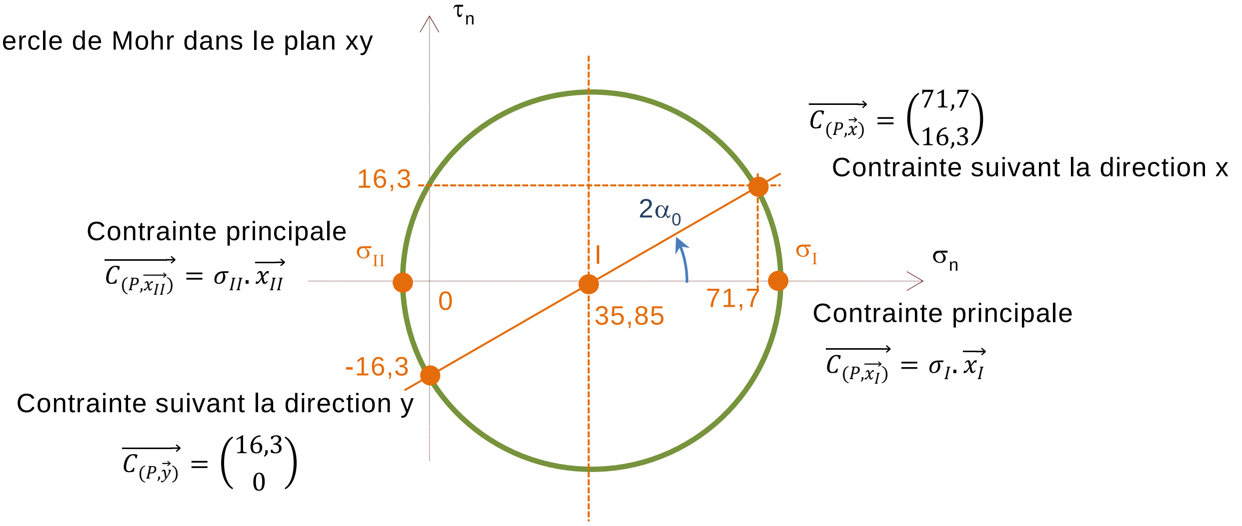


La matrice des contraintes dans le plan (xz) est de la forme :

$[\sigma_{ij}] = \begin{pmatrix} \sigma_x & \tau \\ \tau & 0 \end{pmatrix}$ avec $\sigma = \frac{Mf_z}{I_{Gz}} \cdot \frac{D}{2}$. et $\tau = \frac{Mt}{I_{Gx}} \cdot \frac{D}{2}$

On obtient : σ_x=71,7MPa et τ=16,3MPa

Cercle de Mohr dans le plan xy



Les contraintes principales et la direction principale s'obtiennent soit à partir du cercle soit par les expressions données :

$\sigma_X = \sigma_I$=75,23MPa $\sigma_Y = \sigma_{II}$=-3,53MPa et α_0=12,22°

La facette la plus cisaillée est à ±45° par rapport à la direction principale X soit à -32,78° et +57,22° par rapport à x

La contrainte équivalente de Tresca correspond au rayon du plus grand cercle de Mohr soit σ_{eqT}=78,76MPa

La contrainte équivalente de Von-Mises est : $\sigma_{eq\ VM} = \sqrt{\frac{1}{2}[(\sigma_I - \sigma_{II})^2 + (\sigma_I - \sigma_{III})^2 + (\sigma_{II} - \sigma_{III})^2]}$ =77,06MPa

La matrice des contraintes dans la base principale est $[\sigma] = \begin{pmatrix} 75,23 & 0 & 0 \\ 0 & -3,53 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$,

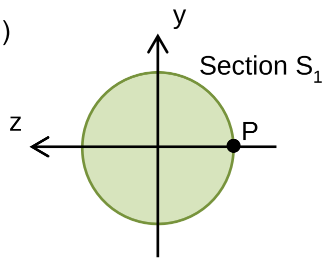
on trouve: $\overrightarrow{C_{(M,\vec{n})}} = \begin{pmatrix} 75,23 & 0 & 0 \\ 0 & -3,53 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1/\sqrt{3} \\ 1/\sqrt{3} \\ 1/\sqrt{3} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 75,23/\sqrt{3} \\ -3,53/\sqrt{3} \\ 0 \end{pmatrix}$

$$\sigma_n = \overrightarrow{C_{(M,\vec{n})}} . \vec{n} = \begin{pmatrix} 75,23/\sqrt{3} \\ -3,53/\sqrt{3} \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1/\sqrt{3} \\ 1/\sqrt{3} \\ 1/\sqrt{3} \end{pmatrix} = 23,9MPa$$

$$\overrightarrow{\tau_n} = \overrightarrow{C_{(M,\vec{n})}} - \sigma_n . \vec{n} = \begin{pmatrix} 75,23/\sqrt{3} \\ -3,53/\sqrt{3} \\ 0 \end{pmatrix} - 23,90 \begin{pmatrix} 1/\sqrt{3} \\ 1/\sqrt{3} \\ 1/\sqrt{3} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 51,33/\sqrt{3} \\ -27,43/\sqrt{3} \\ -23,90/\sqrt{3} \end{pmatrix}$$

MMC – Test1 – Enoncé3 - correction

La vis à billes ci-dessous travaille en torsion / traction avec C_D=400N.m et F_D=60000N
La section étudiée est la section S_1 de diamètre D=80mm
On s'intéresse dans cette section à un point P situé à l'extérieur (voir figure)

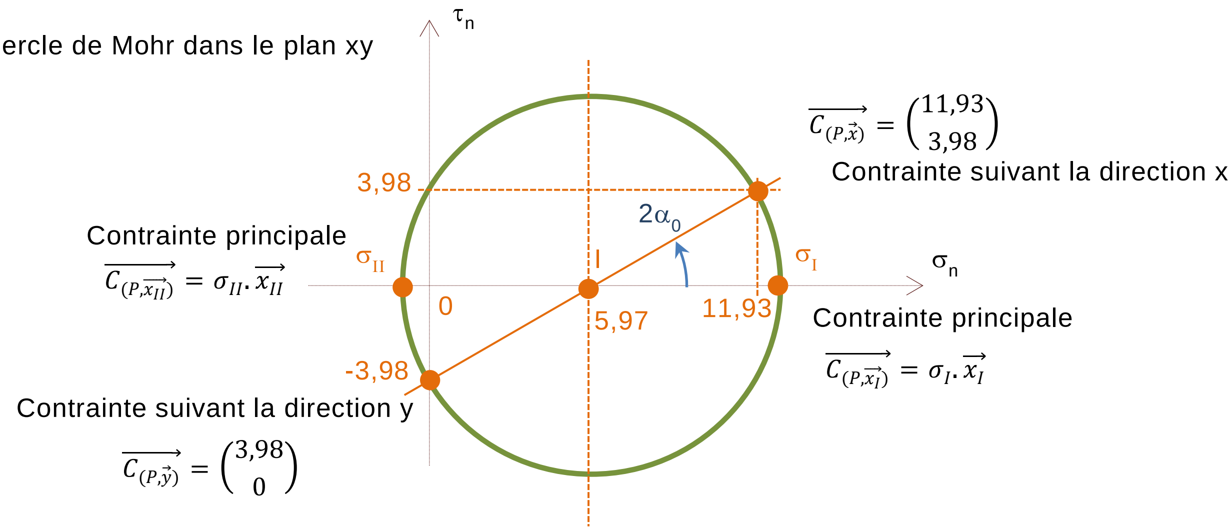


La matrice des contraintes dans le plan (xy) est de la forme :

$[\sigma_{ij}] = \begin{pmatrix} \sigma_x & \tau \\ \tau & 0 \end{pmatrix}$ avec $\sigma = \frac{N}{S}$ et $\tau = \frac{Mt}{I_{Gx}} \cdot \frac{D}{2}$

On obtient : σ_x=11,93MPa et τ=3,98MPa

Cercle de Mohr dans le plan xy



Les contraintes principales et la direction principale s'obtiennent soit à partir du cercle soit par les expressions données :

$\sigma_X = \sigma_I$=13,14MPa $\sigma_Y = \sigma_{II}$=-1,2MPa et α_0=16,84°

La facette la plus cisaillée est à ±45° par rapport à la direction principale X soit à -28,16° et +61,84° par rapport à x

La contrainte équivalente de Tresca correspond au rayon du plus grand cercle de Mohr soit σ_{eqT}=14,34MPa

La contrainte équivalente de Von-Mises est : $\sigma_{eq\ VM} = \sqrt{\frac{1}{2}[(\sigma_I - \sigma_{II})^2 + (\sigma_I - \sigma_{III})^2 + (\sigma_{II} - \sigma_{III})^2]}$ =13,78MPa

La matrice des contraintes dans la base principale est $[\sigma] = \begin{pmatrix} 13{,}14 & 0 & 0 \\ 0 & -1{,}2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$,

on trouve: $\overrightarrow{C_{(M,\vec{n})}} = \begin{pmatrix} 13{,}14 & 0 & 0 \\ 0 & -1{,}2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} \\ 1/\sqrt{2} \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 13{,}14/\sqrt{2} \\ -1{,}2/\sqrt{2} \\ 0 \end{pmatrix}$

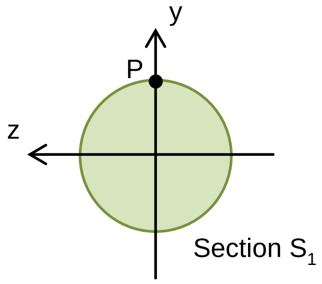
$$\sigma_n = \overrightarrow{C_{(M,\vec{n})}} \cdot \vec{n} = \begin{pmatrix} 13{,}14/\sqrt{2} \\ -1{,}2/\sqrt{2} \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} \\ 1/\sqrt{2} \\ 0 \end{pmatrix} = 5{,}97MPa$$

$$\overrightarrow{\tau_n} = \overrightarrow{C_{(M,\vec{n})}} - \sigma_n \cdot \vec{n} = \begin{pmatrix} 13{,}14/\sqrt{2} \\ -1{,}2/\sqrt{2} \\ 0 \end{pmatrix} - 5{,}97 \begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} \\ 1/\sqrt{2} \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7{,}17/\sqrt{2} \\ -7{,}17/\sqrt{2} \\ 0 \end{pmatrix}$$

On remarque que la norme de $\overrightarrow{\tau_n}$ correspond au rayon du cercle de Mohr (contrainte tangentielle maximale)

MMC – Test1 – Enoncé 4 - correction

L'arbre de réducteur ci-dessous travaille en torsion / flexion avec Mf_z=50N.m et Mt=40N.m
La section étudiée est la section S_1 de diamètre D=25mm
On s'intéresse dans cette section à un point P situé à l'extérieur

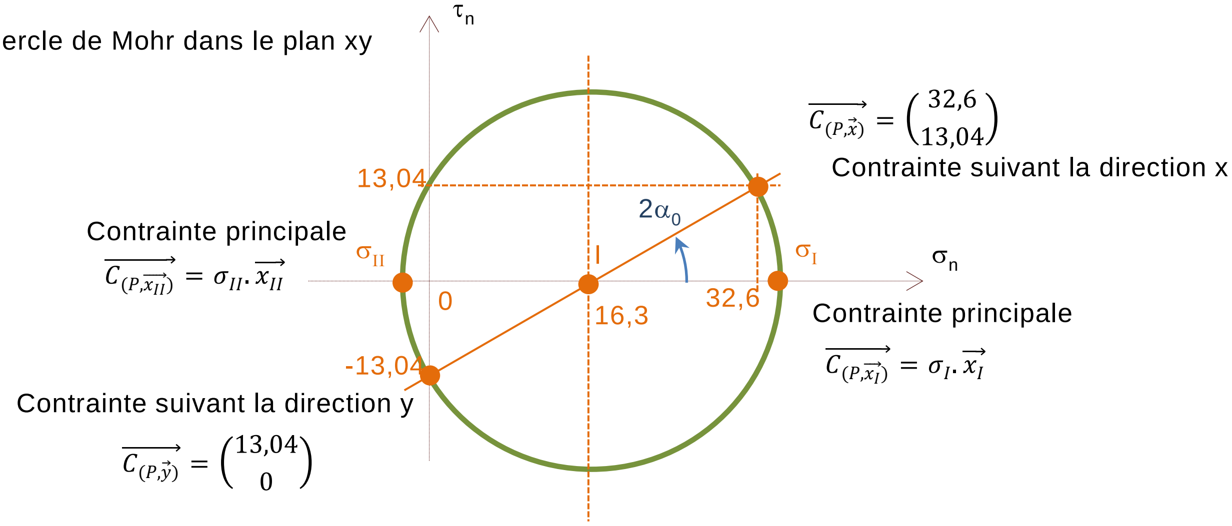


La matrice des contraintes dans le plan (xz) est de la forme :

$[\sigma_{ij}] = \begin{pmatrix} \sigma_x & \tau \\ \tau & 0 \end{pmatrix}$ avec $\sigma = \frac{Mf_z}{I_{Gz}} \cdot \frac{D}{2}$ et $\tau = \frac{Mt}{I_{Gx}} \cdot \frac{D}{2}$

On obtient : σ_x=32,60MPa et τ=13,04MPa

Cercle de Mohr dans le plan xy



Les contraintes principales et la direction principale s'obtiennent soit à partir du cercle soit par les expressions données :

$\sigma_X = \sigma_I$=37,17MPa $\sigma_Y = \sigma_{II}$=-4,57MPa et α_0=19,32°

La facette la plus cisaillée est à ±45° par rapport à la direction principale X soit à -25,68° et +64,32° par rapport à x

La contrainte équivalente de Tresca correspond au rayon du plus grand cercle de Mohr soit σ_{eqT}=41,74MPa

La contrainte équivalente de Von-Mises est : $\sigma_{eq\ VM} = \sqrt{\frac{1}{2}[(\sigma_I - \sigma_{II})^2 + (\sigma_I - \sigma_{III})^2 + (\sigma_{II} - \sigma_{III})^2]}$ =39,65MPa

La matrice des contraintes dans la base principale est $[\sigma] = \begin{pmatrix} 37,17 & 0 & 0 \\ 0 & -4,57 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$,

on trouve: $\overrightarrow{C_{(M,\vec{n})}} = \begin{pmatrix} 37,17 & 0 & 0 \\ 0 & -4,57 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} \\ 1/\sqrt{2} \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 37,17/\sqrt{2} \\ -4,57/\sqrt{2} \\ 0 \end{pmatrix}$

$$\sigma_n = \overrightarrow{C_{(M,\vec{n})}}.\vec{n} = \begin{pmatrix} 37,17/\sqrt{2} \\ -4,57/\sqrt{2} \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} \\ 1/\sqrt{2} \\ 0 \end{pmatrix} = 16,30 MPa$$

$$\overrightarrow{\tau_n} = \overrightarrow{C_{(M,\vec{n})}} - \sigma_n.\vec{n} = \begin{pmatrix} 37,17/\sqrt{2} \\ -4,57/\sqrt{2} \\ 0 \end{pmatrix} - 16,30 \begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} \\ 1/\sqrt{2} \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 20,87/\sqrt{2} \\ -20,87/\sqrt{2} \\ 0 \end{pmatrix}$$

On remarque que la norme de $\overrightarrow{\tau_n}$ correspond au rayon du cercle de Mohr (contrainte tangentielle maximale)