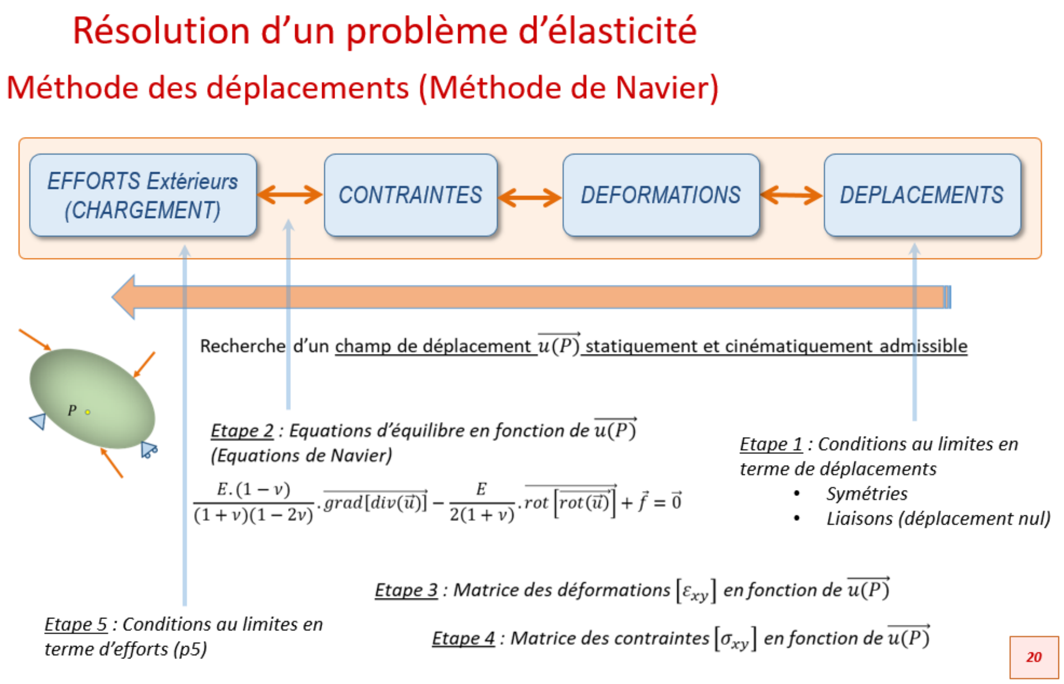
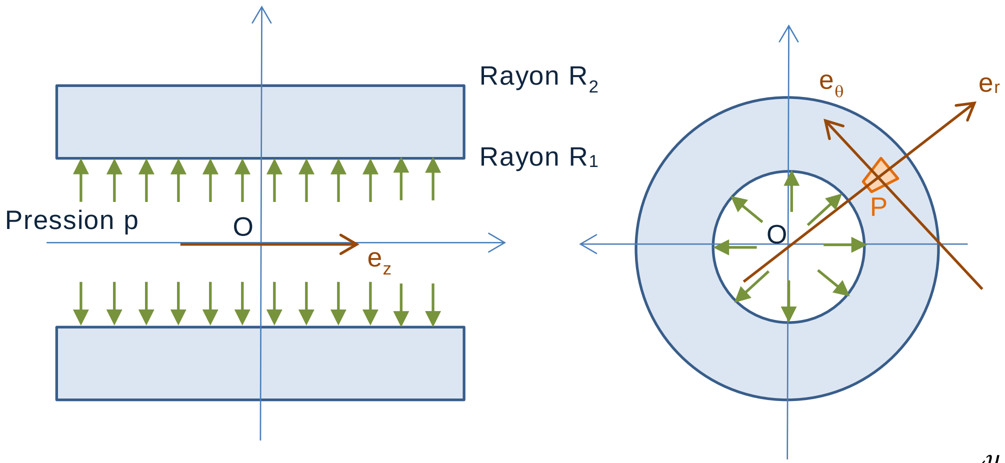
Méthode de Navier - Cylindre sous pression parois épaisses



Etape 1 : condition aux limites en terme de déplacements



Solide de révolution → $\overrightarrow{u_{(r,\theta,z)}}$ indépendant de θ et u_θ=0

$$\overrightarrow{u_{(r,\theta,z)}} = \begin{pmatrix} u_{r(r)} \\ 0 \\ u_{z(z)} \end{pmatrix}$$

Cylindre de suffisamment long → u_r indépendant de z

On suppose $u_{z(z)} = A.z + B$

Etape 2 : vérification des équations d'équilibre

Les équations d'équilibre en terme de déplacements (équations de Navier) conduisent à :

$$\frac{d^2u_r}{dr^2}+\frac{1}{r}.\frac{du_r}{dr}-\frac{u_r}{r^2}=0$$

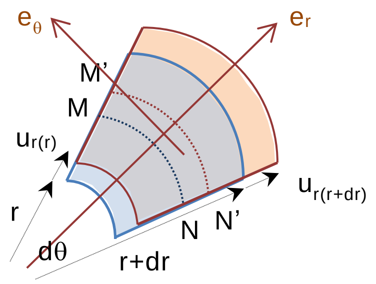
La résolution donne :

$$u_{r(r)}=C_1.r+\frac{C_2}{r}$$

Etape 3 : matrice des déformations

En coordonnées cylindriques :

$$[\varepsilon_{ij}]=\begin{pmatrix}\frac{du_r}{dr} & 0 & 0\\ 0 & \frac{u_r}{r} & 0\\ 0 & 0 & \frac{du_z}{dz}\end{pmatrix}$$



On voit que le petit élément en coordonnées cylindriques à une déformation $\varepsilon_{\theta\theta}$:

$$\varepsilon_{\theta\theta}=\frac{M'N'-MN}{MN}=\frac{(r+u_r).d\theta-r.d\theta}{r.d\theta}=\frac{u_r}{r}$$

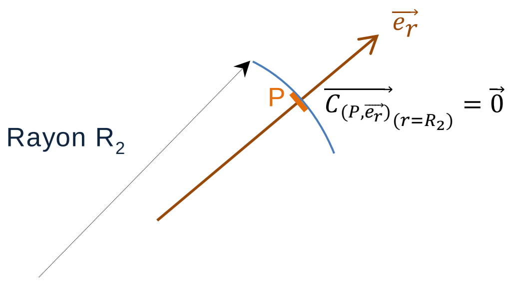
Etape 4 : matrice des contraintes

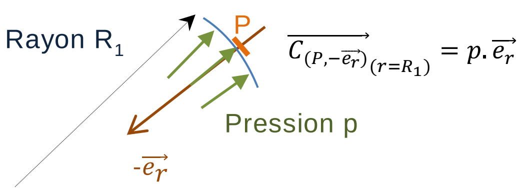
Les lois de comportement (page 14) permettent de déteminer la matrice des contraintes

Remarque : dans le cas où aucune pression fluide ne s'applique suivant z, nous sommes en état de contraintes planes

Etape 5 : Condition aux limites en terme d'efforts

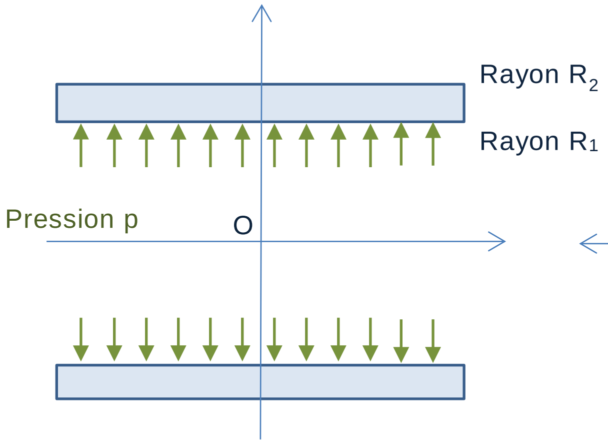
Sur les faces extérieures et intérieures du cylindre, on connait le vecteur contrainte suivant la normale sortante

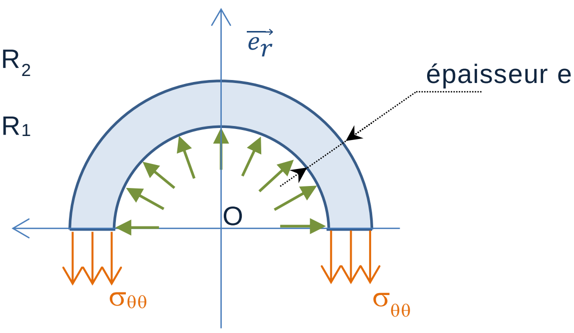




Cylindre sous pression – Hypothèse parois minces

Pression uniforme à l'intérieur d'une enceinte cylindrique



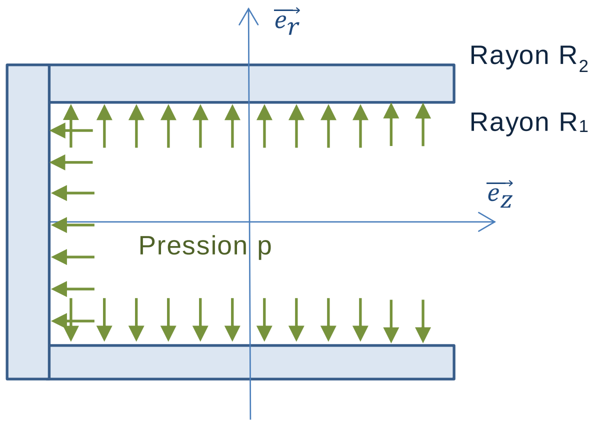


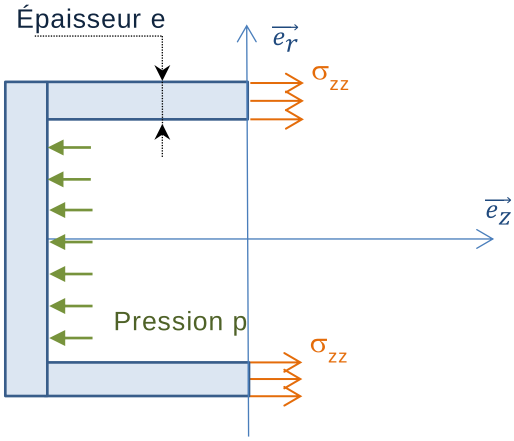
Hypothèse : la répartition des contraintes siuvant l'épaisseur est constante

L'équation d'équilibre du demi cylindre projetée sur $\overrightarrow{e_r}$ donne alors :

$$\sigma_{\theta\theta} = \frac{p.R_1}{e}$$

Pression uniforme appliquée sur le fond d'une enceinte cylindrique





Hypothèse : la répartition des contraintes siuvant l'épaisseur est constante

L'équation d'équilibre du demi cylindre projetée sur $\overrightarrow{e_z}$ donne alors :

$$\sigma_{zz} = \frac{p.{R_1}^2}{2.e.(R_1 + R_2)}$$