Remise à niveau en mathématiques pour l'économie et la gestion

Étude de cas – Méthodes de factorisation

Ce cours vous est proposé par Jean-François Caulier, Maître de conférences, Paris-1Panthéon Sorbonne et par AUNEGe, l'Université Numérique en Économie Gestion.

Consignes

Imaginez que vous travaillez comme analyste pour une grande entreprise de design architectural. Votre équipe est chargée de concevoir un nouveau complexe de bâtiments dont la structure s'inspire de formes géométriques complexes. Pour optimiser l'utilisation de l'espace et des matériaux, vous devez calculer les volumes de diverses structures modulaires qui seront intégrées au design final. Pour ce faire, vous avez besoin de simplifier plusieurs expressions algébriques qui correspondent à des modèles de volumes calculés, en utilisant différentes méthodes de factorisation.

Questions :

1. **Carré d'une somme** - Le volume d'un petit pavillon est donné par l'équation $V_1 = x^2 + 10x + 25$. Simplifiez cette expression pour trouver le volume en fonction de x.
2. **Différence de cubes** - Une fontaine ornementale en forme de cube creux est au centre du complexe. Le volume d'eau qu'elle peut contenir est déterminé par la différence entre le volume du cube extérieur et celui du cube intérieur, donné par $V_2 = x^3 - 27$.
3. **Somme de cubes** - Un espace de détente est construit sous la forme de deux blocs cubiques superposés, dont les volumes sont modélisés par l'équation $V_3 = x^3 + 125$
4. **Mise en évidence par groupe** - Le volume global du complexe, en supposant que chaque bâtiment soit simplifié en un prisme rectangulaire, est donné par $V_4 = 6x^3 + 9x^2 + 4x + 6$

Votre tâche est de simplifier chacune de ces expressions en utilisant les méthodes de factorisation appropriées et d'expliquer comment chaque structure géométrique pourrait être optimisée en fonction de ces simplifications.

Corrigé : éléments de réponse

1. Carré d'une somme

Expression : $V_1 = x^2 + 10x + 25$

Factorisation :

Cette expression est un carré parfait. Elle peut être factorisée comme suit :

$$x^2 + 10x + 25 = (x + 5)^2$$

Application architecturale :

La simplification montre que le volume du pavillon change de manière quadratique avec l'augmentation ou la diminution de x par rapport à 5. Cela pourrait aider à ajuster les dimensions du pavillon pour maximiser l'espace intérieur tout en minimisant le coût des matériaux.

2. Différence de cubes

Expression : $V_2 = x^3 - 27$

Factorisation :

$$x^3 - 27 = x^3 - 3^3 = (x - 3)(x^2 + 3x + 9)$$

Application architecturale :

Cette factorisation indique que le volume de l'eau que la fontaine peut contenir dépend linéairement et quadratiquement de la différence entre les dimensions du cube extérieur et du cube intérieur (3 unités plus petit). En ajustant x, on peut facilement calculer des changements dans le volume de l'eau pour différents designs de fontaine.

3. Somme de cubes

Expression : $V_3 = x^3 + 125$

Factorisation :

$$x^3 + 125 = x^3 + 5^3 = (x + 5)(x^2 - 5x + 25)$$

Application architecturale :

Cette simplification aide à comprendre comment les volumes des deux blocs cubiques superposés varient avec x. Connaître la relation linéaire et quadratique entre x et le volume peut aider à choisir des dimensions qui optimisent l'utilisation de l'espace et des matériaux.

4. Mise en évidence par groupe

Expression : $V_4 = 6x^3 + 9x^2 + 4x + 6$
Factorisation :
Regroupons les termes par paires :

$$6x^3 + 9x^2 + 4x + 6 = 3x^2(2x + 3) + 2(2x + 3)$$

Nous extrayons le facteur commun $(2x + 3)$:

$$= (3x^2 + 2)(2x + 3)$$

Application architecturale :
Cette factorisation montre comment le volume global du complexe peut être modifié en ajustant x. L'expression factorisée révèle une interaction entre deux termes quadratiques et linéaires, fournissant une formule claire pour calculer des ajustements précis dans la planification de l'espace.
La factorisation aide non seulement à simplifier les calculs mathématiques, mais aussi à donner un aperçu direct de la façon dont les modifications des variables affectent le résultat final. Dans le domaine de l'architecture, où chaque petite modification peut entraîner de grands changements dans le design et les coûts, comprendre ces relations à travers la factorisation est crucial pour optimiser à la fois la conception et l'utilisation des ressources.

Références

Comment citer ce cours ?

Remise à niveau en mathématiques pour l'économie et la gestion, Jean-François Caulier, AUNEGe (http://aunege.fr), CC – BY NC ND (http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/).