

Remise à niveau en mathématiques pour l'économie et la gestion

Développement et factorisation – Méthodes générales

Ce cours vous est proposé par Jean-François Caulier, Maître de conférences, Université Paris 1 Panthéon Sorbonne et par AUNEGe, l'Université Numérique en Économie Gestion.

Table des matières

Préambule	2
Concepts de base	2
Mise en évidence simple	2
Factorisation par groupe	3
Utilisation des identités remarquables	3
Différence et somme de cubes	3
Références	4

Préambule

Objectifs :

- Connaître les différentes méthodes de factorisation d'expressions algébriques.

La factorisation est une compétence fondamentale en algèbre qui permet de simplifier des expressions et de résoudre des équations plus facilement. Voici un tour d'horizon des principales méthodes de factorisation d'expressions algébriques.

Concepts de base

La **factorisation** consiste à écrire une expression algébrique (comme un polynôme) sous la forme d'un produit de facteurs plus simples.

Ces facteurs peuvent être des nombres, des variables, ou des expressions plus complexes.

La factorisation d'un **entier naturel** se réalise au moyen de la technique de la décomposition en facteurs premiers.

Un **monôme** est un produit de nombres et de variables, sans addition ni soustraction. Pour factoriser facilement un monôme, il faut diviser chaque terme par le plus grand facteur commun.

Exemple :

Factorisons $12a^2b^3 = 2 \times 2 \times 3 \times a \times a \times b \times b \times b$.

Mise en évidence simple

La **mise en évidence simple** est la forme la plus simple de factorisation, utilisée lorsqu'un terme commun peut être mis en évidence dans tous les termes de l'expression.

Chaque facteur est **irréductible** lorsqu'il n'est plus possible d'y appliquer de mise en évidence simple.

Exemples :

- Factorisons $6x^2 + 18x : 6x(x + 3)$
- Factorisons $(3x + 1)^2 + x(3x + 1) :$

$$(3x + 1)[(3x + 1) + x] = (3x + 1)(4x + 1)$$

Factorisation par groupe

Si une expression a quatre termes, on peut souvent la factoriser par groupe, en regroupant les termes qui ont des facteurs communs évidents.

Exemple :

Factorisons $15x^2y + 10xy^2 + 6x^2z + 4xz^2$

- Regroupons les termes : $(15x^2y + 10xy^2) + (6x^2z + 4xz^2)$
- Factorisons chaque groupe : $5xy(3x + 2y) + 2xz(3x + 2z)$

$$15x^2y + 10xy^2 + 6x^2z + 4xz^2 = (5xy + 2xz)(3x + 2y)$$

Utilisation des identités remarquables

Un cas spécial très utile est la factorisation des différences de carrés, qui utilise l'identité :

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

Exemple :

Factorisons $x^2 - 9$:

$$x^2 - 9 = (x + 3)(x - 3)$$

Différence et somme de cubes

La technique de la **différence ou de la somme de cubes** prolonge la technique précédente en se fondant sur les identités suivantes :

$$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$$

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$$

Exemple :

$$8x^3 - 27 = (3x - 3)(x^2 + 3x + 9)$$

Références

Comment citer ce cours ?

Remise à niveau en mathématiques pour l'économie et la gestion, Jean-François Caulier, AUNEGe (<http://auneg.fr>), CC – BY NC ND (<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/>).



Cette œuvre est mise à disposition dans le respect de la législation française protégeant le droit d'auteur, selon les termes du contrat de licence Creative Commons Attribution - Pas d'Utilisation Commerciale - Pas de Modification 4.0 International (<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/>). En cas de conflit entre la législation française et les termes de ce contrat de licence, la clause non conforme à la législation française est réputée non écrite. Si la clause constitue un élément déterminant de l'engagement des parties ou de l'une d'elles, sa nullité emporte celle du contrat de licence tout entier.