Remise à niveau en mathématiques pour l'économie et la gestion
Étude de cas – Les identités remarquables

Ce cours vous est proposé par Jean-François Caulier, Maître de conférences, Paris-1Panthéon Sorbonne et par AUNEGe, l'Université Numérique en Économie Gestion.

Cet exercice propose une mise en application concrète des différents éléments couverts dans cette partie : identités remarquables, binôme de Newton et triangle de Pascal.

Contexte

Préparation d'un spectacle pyrotechnique.

Une entreprise spécialisée dans les spectacles pyrotechniques prépare un événement majeur. Elle doit estimer la quantité de certains matériaux nécessaires pour créer des effets spéciaux. Pour cela, elle utilise des modélisations mathématiques impliquant des identités remarquables, le binôme de Newton et le triangle de Pascal.

Consignes

Partie 1 : Utilisation des identités remarquables

L'entreprise doit déterminer la quantité de deux types de poudre, A et B, nécessaire pour un effet spécial. Chaque type de poudre est modélisé par une quantité x et y. L'effet spécial dépend de la somme des quantités des deux poudres élevée au carré.

1. Exprimez l'effet spécial en termes de x et y en utilisant une identité remarquable.
2. Si l'entreprise prévoit d'utiliser 5 kg de poudre A et 3 kg de poudre B, calculez la quantité totale de l'effet spécial.

Partie 2 : Application du binôme de Newton

Pour un autre effet spécial, l'entreprise mélange les poudres A et B dans des proportions variées et observe les résultats. L'effet est modélisé par l'expression $(x + y)^n$.

3. Développez l'expression $(x + y)^4$ en utilisant le binôme de Newton.
4. Si $x = 2\text{ kg}$ et $y = 1\text{ kg}$, calculez la valeur de chaque terme du développement obtenu en 3.

Partie 3 : Utilisation du triangle de Pascal

Pour analyser un effet encore plus complexe, l'entreprise examine la combinaison de plusieurs effets spéciaux. Chaque combinaison est modélisée par des coefficients binomiaux que l'on peut trouver dans le triangle de Pascal.

5. Utilisez les coefficients de la cinquième ligne du triangle de Pascal pour écrire l'expression $(x+y)^4$.
6. En utilisant les résultats obtenus en 3 et 5, vérifiez la cohérence entre les deux méthodes.

Partie 4 : Optimisation des effets

L'entreprise veut optimiser l'effet spécial en ajustant les quantités de poudre A et B. Elle décide de maximiser l'expression $(x+y)^3$.

7. Développez l'expression $(x+y)^3$ en utilisant le binôme de Newton.
8. Si l'entreprise veut que le terme dominant soit maximisé, quelle combinaison de x et y doit-elle utiliser pour obtenir le plus grand coefficient du développement ?

Partie 5 : Analyse finale

L'entreprise souhaite finalement comparer l'impact des différentes combinaisons de poudre sur l'effet spécial. Elle considère les quantités $x = 3 \text{ kg}$ et $y = 2 \text{ kg}$ pour une nouvelle formule.

9. Comparez les effets obtenus en utilisant les formules développées pour $(x+y)^2$, $(x+y)^3$, et $(x+y)^4$ avec ces valeurs de x et y.
10. Analysez les résultats et proposez des recommandations pour l'optimisation des effets spéciaux lors de l'événement.

Références

Comment citer ce cours ?