

# Remise à niveau en mathématiques pour l'économie et la gestion

## Étude de cas – Les fondamentaux – Les puissances

Ce cours vous est proposé par Jean-François Caulier, Maître de conférences, Paris-1 Panthéon Sorbonne et par AUNEGe, l'Université Numérique en Économie Gestion.

Dans cet exercice, nous allons comparer deux options d'investissement qui n'offrent pas les mêmes rendements en fonction du temps. Et puisque dans la vie réelle, l'État prend toujours sa part au passage, nous introduirons un taux d'imposition progressif sur les gains en capital.

### Consignes

Vous disposez d'un capital initial de **30 000** euros et vous envisagez d'investir cette somme dans l'une des deux options suivantes :

- Option 1 (Rendement Constant) :  
Le capital est placé pendant 10 ans à un taux d'intérêt annuel fixe de 5%.
- Option 2 (Rendement Variable) :  
Le capital est placé pendant 10 ans avec les taux d'intérêt suivants :
  - $r_1 = 4\%$  pour les 5 premières années
  - $r_2 = 7\%$  pour les 5 dernières années

Après 10 ans, un taux d'imposition progressif est appliqué sur les gains réalisés :

- 10% sur la première tranche jusqu'à 5000 euros
- 20% sur la seconde tranche de 5001 à 15000 euros
- 30% sur toute tranche supérieure à 15000 euros

### Questions :

1. **Option 1 (Rendement Constant) :**
  - a. Calculez le capital final après 10 ans,
  - b. Calculez les gains réalisés et les impôts à payer selon le barème progressif,

c. Calculez le montant net après impôts.

**2. Option 2 (Rendement Variable) :**

a. Calculez le capital final après les 10 ans, en tenant compte du changement de taux,

b. Calculez les gains réalisés et les impôts à payer selon le barème progressif,

c. Calculez le montant net après impôts,

**3. Comparaison des Deux Options :**

Comparez le montant net après impôts des deux options et indiquez laquelle est la plus avantageuse.

**Corrigé : éléments de réponse**

**1. Option 1 (Rendement Constant) : Calcul du CA global en 2023 :**

**a. Calcul du Capital Final :**

On rappelle la formule de l'intérêt composé :

$$S_n = S_0 \times (1 + r)^n$$

Où :

- $S_0 = 30,000$  euros
- $r = 0,05$  (5%)
- $n = 10$  ans

Calculons  $(1 + r)^n$  :

$$(1 + 0,05)^{10} = 1,05^{10}$$

- $1,05^{10} \approx 1,628894626$

Calculons le capital final  $S_n$  :

$$S_n = 30\,000 \times 1,628894626 \approx 48\,866,84 \text{ euros}$$

**b. Gains Réalisés et Impôts :**

Calculons les gains réalisés :

$$\text{Gains} = S_n - S_0 = 48,866,84 - 30,000 = 18,866,84 \text{ euros}$$

Calculons les impôts à payer selon le barème progressif :

- Première tranche (10%) :

$$10\% \times 5000 = 500 \text{ euros}$$

- Seconde tranche (20%) :

$$20\% \times (15\,000 - 5000) = 20\% \times 10000 = 2000 \text{ euros}$$

- Troisième tranche (30%) :

$$30\% \times (18\,866,84 - 15\,000) = 30\% \times 3866,84 \approx 1160,05 \text{ euros}$$

Total des impôts :

$$500 + 2000 + 1160,05 \approx 3660,05 \text{ euros}$$

**c. Montant Net Après Impôts :**

$$\text{Net} = S_n - \text{Impôts} = 48\,866,84 - 3660,05 \approx 45\,206,79 \text{ euros}$$

## 2. Option 2 (Rendement Variable) :

**a. Calcul du Capital Final :**

Première Période (5 ans) :

On rappelle encore la formule de l'intérêt composé :

$$S_5 = S_0 \times (1 + r_1)^5$$

Où :

- $S_0 = 30\,000$  euros
- $r_1 = 0,04(4\%)$
- $n = 5$  ans

Calculons  $(1 + r_1)^5$  :

$$(1 + 0,04)^5 = 1,04^5$$

- $1,04^5 \approx 1,2166529$

Calculons le capital final après 5 ans  $S_5$  :

$$S_5 = 30\,000 \times 1,2166529 \approx 36\,499,59 \text{ euros}$$

Deuxième Période (5 ans) :

Formule de l'intérêt composé :

$$S_{10} = S_5 \times (1 + r_2)^5$$

Où :

- $S_5 \approx 36\,499,59$  euros
- $r_2 = 0,07(7\%)$
- $n = 5$  ans

Calculons  $(1 + r_2)^5$  :

$$(1 + 0,07)^5 = 1,07^5$$

- $1,07^5 \approx 1,40255173$

Calculons le capital final après 10 ans  $S_{10}$  :

$$S_{10} = 36\,499,59 \times 1,40255173 \approx 51\,192,56 \text{ euros}$$

## **b. Gains Réalisés et Impôts :**

Calculons les gains réalisés :

$$\text{Gains} = S_{10} - S_0 = 51\,192,56 - 30\,000 = 21\,192,56 \text{ euros}$$

Calculons les impôts à payer selon le barème progressif :

- Première tranche ( 10% ):

$$10\% \times 5\,000 = 500 \text{ euros}$$

- Seconde tranche (20%) :

$$20\% \times (15\,000 - 5\,000) = 20\% \times 10\,000 = 2\,000 \text{ euros}$$

- Troisième tranche (30%) :

$$30\% \times (21\,192,56 - 15\,000) = 30\% \times 6\,192,56 \approx 1\,857,77 \text{ euros}$$

Total des impôts :

$$500 + 2000 + 1\,857,77 \approx 4\,357,77 \text{ euros}$$

**c. Montant Net Après Impôts :**

$$\text{Net} = S_{10} - \text{Impôts} = 51\,192,56 - 4\,357,77 \approx 46\,834,8 \text{ euros}$$

### 3. Comparaison des Deux Options :

- Option 1 (Rendement Constant) : 45 206,79 euros
- Option 2 (Rendement Variable) : 46 834,8 euros

Conclusion :

L'Option 2 (Rendement Variable) est la plus avantageuse avec un montant net final de 46 834,8 euros comparé à l'Option 1 qui donne un montant net de 45,206,79 euros.

## Références

### Comment citer ce cours ?

Remise à niveau en mathématiques pour l'économie et la gestion, Jean-François Caulier, AUNEGe (<http://aunega.fr>), CC – BY NC ND (<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/>).



Cette œuvre est mise à disposition dans le respect de la législation française protégeant le droit d'auteur, selon les termes du contrat de licence Creative Commons Attribution - Pas d'Utilisation Commerciale - Pas de Modification 4.0 International (<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/>). En cas de conflit entre la législation française et les termes de ce contrat de licence, la clause non conforme à la législation française est réputée non écrite. Si la clause constitue un élément déterminant de l'engagement des parties ou de l'une d'elles, sa nullité emporte celle du contrat de licence tout entier.