

Remise à niveau en mathématiques pour l'économie et la gestion

Étude de cas – Les fondamentaux – La valeur absolue

Ce cours vous est proposé par Jean-François Caulier, Maître de conférences, Paris-1 Panthéon Sorbonne et par AUNEGe, l'Université Numérique en Économie Gestion.

Cet ensemble d'exercices a été conçu pour vous entraîner à résoudre des problèmes impliquant des valeurs absolues principalement (mais pas uniquement) en utilisant leur interprétation géométrique.

Consignes

- Pour chaque question, privilégiez l'approche géométrique sur la droite des réels,
- Vérifiez ensuite algébriquement vos réponses.

Questions :

1. Résoudre l'équation suivante : $|3x - 6| = 9$
2. Résoudre l'inéquation suivante : $|2x + 1| \leq 5$
3. Représenter graphiquement sur la droite des réels :
 - a. Les solutions de l'équation $|3x - 6| = 9$
 - b. Les solutions de l'inéquation $|2x + 1| \leq 5$
4. Trouver les points x tels que la distance entre x et -4 soit strictement inférieure à 7 .

Corrigé : éléments de réponse

1. Équation $|3x - 6| = 9$:

Cette équation peut être interprétée comme la distance entre $3x - 6$ et 0 est exactement 9 unités, on encore que la distance entre x et 2 est de 3 unités.

Nous avons deux scénarios :

- Équation Positive :

$$3x - 6 = 9 \Rightarrow 3x = 15 \Rightarrow x = 5$$

- Équation Négative :

$$3x - 6 = -9 \Rightarrow 3x = -3 \Rightarrow x = -1$$

Les solutions de l'équation $|3x - 6| = 9$ sont donc:

$$x = 5 \text{ et } x = -1$$

2. Inéquation $|2x + 1| \leq 5$:

Cette inéquation peut être interprétée comme la distance entre $2x + 1$ et 0 est inférieure ou égale à 5 unités, ou encore que la distance entre x et $-0,5$ ne peut excéder 2,5 unités. En effet, $|2x + 1| \leq 5$ peut aussi s'écrire $|x - (-0,5)| \leq 2,5$.

Nous avons deux scénarios :

- Inéquation Positive :

$$2x + 1 \leq 5 \Rightarrow 2x \leq 4 \Rightarrow x \leq 2$$

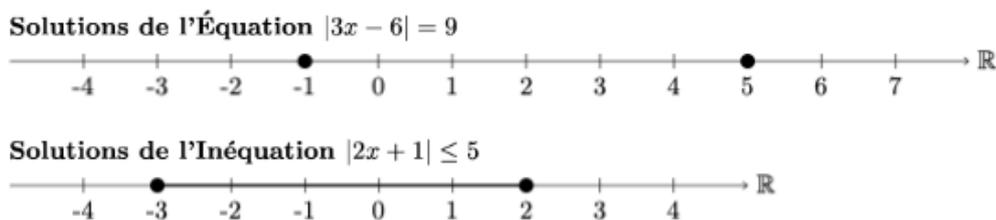
- Inéquation Négative :

$$2x + 1 \geq -5 \Rightarrow 2x \geq -6 \Rightarrow x \geq -3$$

Les solutions de l'inéquation $|2x + 1| \leq 5$ sont donc :

$$-3 \leq x \leq 2.$$

3. Représentation graphique :



4. Trouver les points x tels que la distance entre x et -4 soit strictement inférieure à 7 revient à résoudre l'inéquation suivante :

$$|x + 4| < 7$$

Cette inéquation peut être interprétée comme la distance entre x et -4 est strictement inférieure à 7 unités.

Nous avons deux scénarios :

- Inéquation Positive :

$$x + 4 < 7 \Rightarrow x < 3$$

- Inéquation Négative :

$$x + 4 > -7 \Rightarrow x > -11$$

Les solutions de l'inéquation $|x + 4| < 7$ sont donc :

$$-11 < x < 3$$

Interprétation Graphique :

Solutions de l'Inéquation $|x + 4| < 7$



Références

Comment citer ce cours ?

Remise à niveau en mathématiques pour l'économie et la gestion, Jean-François Caulier, AUNEGe (<http://auneg.fr>), CC – BY NC ND (<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/>).



Cette œuvre est mise à disposition dans le respect de la législation française protégeant le droit d'auteur, selon les termes du contrat de licence Creative Commons Attribution - Pas d'Utilisation Commerciale - Pas de Modification 4.0 International (<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/>). En cas de conflit entre la législation française et les termes de ce contrat de licence, la clause non conforme à la législation française est réputée non écrite. Si la clause constitue un élément déterminant de l'engagement des parties ou de l'une d'elles, sa nullité emporte celle du contrat de licence tout entier.