Chapitre IX Valeurs Propres.

Exercice 1 Rappel : Le rayon spectral d'une matrice est le module de la plus grande valeur propre de cette matrice.

$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & -3 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$: les valeurs propres de A sont $1, -3$ et 2 donc $\rho(A) = 3$

$B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ Les valeurs propres de B sont les racines de $X^2 - 4X + 3$. Ces racines sont 1 et 3 donc $\rho(B) = 3$

Exercice 2 : Rappel : Soit $A \in M_n(\mathbb{C})$ alors
$$Sp(A) \subset \bigcup_{i=1}^{N} D\left(A_{ii}; \sum_{j \neq i} A_{ij}\right)$$

où $D(z, r) = \{ y \in \mathbb{C} \,/\, |y - z| \leqslant r \}$.

Ici $A = \begin{pmatrix} 99 & 1 & 0 \\ 1 & 100 & 1 \\ 0 & 1 & 98 \end{pmatrix}$

Donc $Sp(A) \subset D(99, 1) \cup D(100; 2) \cup D(98, 1)$

De plus A symétrique donc $Sp(A) \subset \mathbb{R}$

D'où $Sp(A) \subset [98; 100] \cup [98; 102] \cup [97; 99]$

Soit $Sp(A) \subset [97; 102]$.