INSA INSTITUT NATIONAL DES SCIENCES APPLIQUÉES TOULOUSE

Département Sciences et Technologies Pour l'Ingénieur
Pré-orientation Ingénierie de la Construction

EPREUVE DE MECANIQUE Module I2ICMT11 (2h30')

Manège « Chenille » amélioré

Aucun document personnel autorisé (formulaire fourni en annexe)

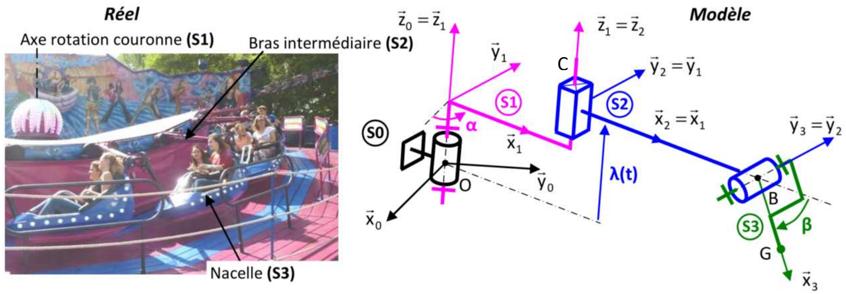
Janvier 2019

On s'intéresse dans ce problème à un manège rencontré dans les fêtes foraines, inspiré du manège communément appelé « la chenille » et qui est une version améliorée pour plus de sensations fortes.

Ce type d'attraction permet de procurer des sensations importantes aux passagers, à la fois en marche avant et en arrière par un mouvement de « brassage ». L'ensemble tourne à une vitesse maximale de 14 tours/min.

Les voitures sont suspendues par le haut et peuvent basculer de gauche à droite à chaque dos d'âne. Au plus haut de ces bosses, les nacelles se retournent quasiment « à l'envers ».

Etude 1 : Mouvement de la nacelle



Dans un premier temps, on s'intéresse au mouvement de la nacelle (S3) du manège dont on donne une description structurelle ainsi qu'une modélisation cinématique.

On considère le système constitué des sous-ensembles nommés (S1), (S2) et (S3) pour lesquels on associe un repère $\mathcal{R}_i$. Chaque repère $\mathcal{R}_i$ possède la base notée $\mathcal{B}_i = \left(\vec{x}_i, \vec{y}_i, \vec{z}_i\right)$

- Le solide (S1) qui correspond à la couronne centrale du manège est en liaison pivot d'axe $\left(O\,\vec{z}_0\right)$ avec le bâti (S0) de paramètre de position $\alpha = \left(\vec{x}_0, \vec{x}_1\right)$
- Le bras intermédiaire (S2) est en liaison glissière de direction $\left(C\,\vec{z}_1\right)$ avec la couronne centrale (S1) de paramètre de position λ

- La nacelle (S3) est en liaison pivot d'axe $\left(B\,\vec{y}_2\right)$ avec le bras (S2) de paramètre de position . $\beta = \left(\vec{x}_2, \vec{x}_3\right)$

On pose $\vec{OB} = a\,\vec{x}_1 + \lambda(t)\,\vec{z}_0 + b\,\vec{x}_2$ et $\vec{BG} = l\,\vec{x}_3$ où. G correspond au centre de gravité de la nacelle (S3).

Dessiner les changements de repère où seront spécifiés précisément les angles α et β positifs.

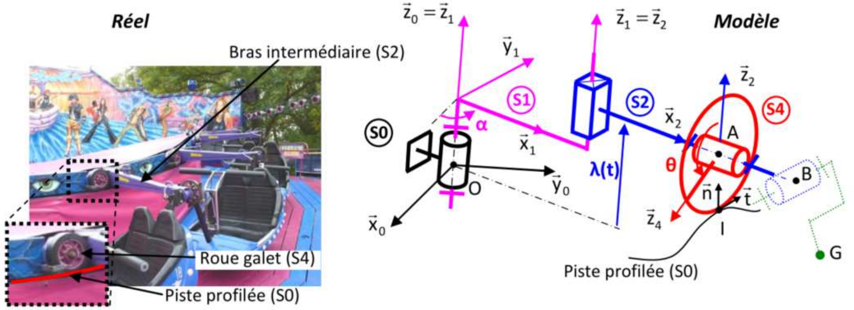
1. Calculer, par la méthode de votre choix, le vecteur vitesse du point G appartenant au solide (S3) dans son mouvement par rapport à S0) : $\vec{V}_{G,3/0}$. Donner son expression en projection sur la base $\mathcal{B}_1 = \left(\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1\right)$.
2. Déterminer alors le vecteur accélération du point G appartenant au solide (S3) dans son mouvement par rapport à S0) : $\vec{a}_{G,3/0}$. Donner son expression en projection sur la base $\mathcal{B}_1 = \left(\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1\right)$.
3. L'accélération de la pesanteur est $\vec{g} = -g\,\vec{z}_0$ avec $g = 9.81\ ms^{-2}$. Soit $\vec{G} = \vec{g} - \vec{a}_{G,3/0}$, le nombre de « g » ressenti par le passager du manège dont le centre de gravité est en G. La composante de cette « force ressentie » selon l'axe de la colonne vertébrale du passager permet de caractériser l'accélération équivalente ressenti par celui-ci. Projeter alors ce vecteur $\vec{G}$ sur la base $\mathcal{B}_3 = \left(\vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_3\right)$ et écrire seulement la composante suivant l'axe $\vec{x}_3$ correspondant à l'axe de la colonne vertébrale du passager.

Critère de conception : La valeur maximale de l'accélération reçue par un passager d'une masse de 70 kg pour un angle $\beta = \pi/2 = cte$ et une accélération radiale $\ddot{\lambda} = 1.6\ ms^{-2}$ sera de $2g$.

4. Pour la configuration correspondant à celle définie dans l'exigence du cahier des charges, déterminer l'accélération équivalente « ressentie » par le passager et commenter la valeur obtenue.

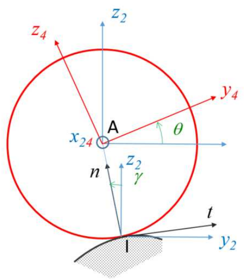
Etude 2 : Commande d'élévation du manège

On s'intéresse maintenant au lien entre la translation verticale λ(t) et la rotation du manège α. La translation verticale du bras intermédiaire (S2) est en fait obtenue par l'intermédiaire de roues qui roulent sur une piste profilée fixe et liée au solide (S0). On donne sur la figure suivante, le modèle cinématique correspondant :



On considère le système constitué des sous-ensembles nommés (S1), (S2) et (S4) pour lesquels on associe un repère $\mathcal{R}_i$. Chaque repère $\mathcal{R}_i$ possède la base notée $\mathcal{B}_i = (\vec{x}_i, \vec{y}_i, \vec{z}_i)$

- Le solide (S1) qui correspond à la couronne centrale du manège est en liaison pivot d'axe $(O\,\vec{z}_0)$ avec le bâti (S0) de paramètre de position $\alpha = (\vec{x}_0, \vec{x}_1)$
- Le bras intermédiaire (S2) est en liaison glissière de direction $(C\,\vec{z}_1)$ avec la couronne centrale (S1) de paramètre de position λ
- La roue (S4) est en liaison pivot autour de l'axe $(A\,\vec{x}_2)$ avec le bras intermédiaire (S2) de paramètre de position $\theta = (\vec{y}_2, \vec{y}_4)$) et roule sur la piste au point de contact I. On note $\vec{n}$ la normale à la surface de contact et $\vec{t}$ la tangente au contact. On note $\gamma = (\vec{z}_2, \vec{n})$ l'angle entre la normale au contact et la verticale.

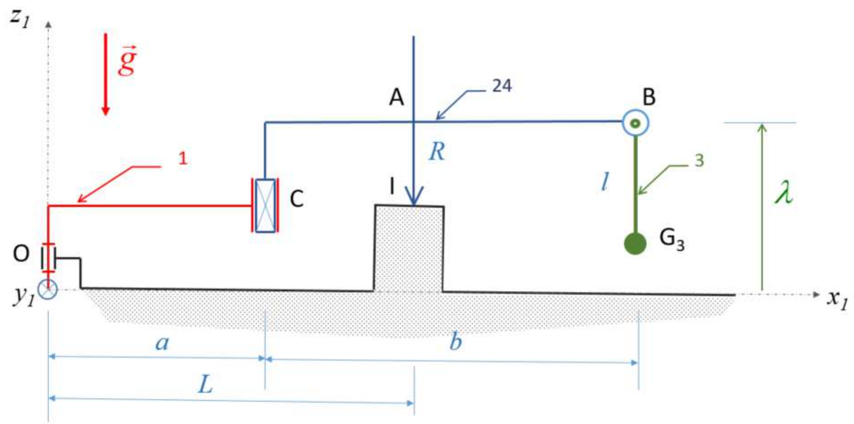


On pose $\vec{OA} = L\,\vec{x}_1 + \lambda(t)\,\vec{z}_0$ et $\vec{IA} = R\,\vec{n}$

1. Déterminer la vitesse de glissement $\vec{V}_{I,4/0}$ au point de contact I entre la roue galet (S4) et la piste profilée liée au bâti (S0). Projeter cette vitesse sur la base $(\vec{x}_2, \vec{t}, \vec{n})$

2. Quelle relation a-t-on nécessairement sur cette vitesse de glissement si on considère qu'il n'y a pas de décollement entre la roue galet (S4) et la piste profilée (S0) suivant la normale $\vec{n}$? En déduire de cette condition de non décollement que $\dot{\lambda} = L\,\dot{\alpha}\,tg\,\gamma$.
3. Peut-on avoir roulement sans glissement au point I ? Donner un cas particulier pour la forme de la piste qui permet d'utiliser cette hypothèse puis commenter le mouvement du manège dans ce cas particulier. Dans le cas où il y aurait roulement sans glissement, déterminer la relation entre $\dot{\alpha}$ et $\dot{\theta}$.

Etude 3 : Validation du freinage à l'équilibre statique



Le manège est en équilibre statique dans le plan $(O; \vec{x}_1, \vec{z}_1)$ avec les angles $\alpha = 0$ et $\beta = 0$. Le manège est composé :

- de la couronne centrale 1 de centre de gravité O, de masse M_1 en liaison pivot avec le bâti 0 d'axe $(O\,\vec{z}_0)$.
- du bras intermédiaire solidaire de la roue qui est freinée considéré comme une pièce 24 de masse M_{24}, de centre de gravité A :
  - en liaison glissière sans frottement avec la couronne 1 d'axe $C\,\vec{z}_1$
  - en contact ponctuel avec frottement de coefficient f en I avec le sol 0 tel que $\vec{R}_{0\to24} = T\,\vec{y}_1 + N\,\vec{z}_1$
- de la nacelle 3 de masse M_3, de centre de gravité G_3, en liaison pivot sans frottement suivant l'axe $B\,\vec{y}_1$.

Les principales dimensions sont visibles sur le schéma ci-dessus

Critère de conception : Le manège doit rester en équilibre statique sous l'action d'une rafale de vent qui peut être modélisée par une action qui s'applique sur le solide 24 en B : $\vec{R}_{Vent\to24} = R_{Vent\to24}\;\vec{y}_1$ grâce au seul blocage de la roue sur le sol. L'effort maximum admissible est $R_{Vent\to24} = 75\,daN$

1. Déterminer les seules actions au contact en I. : T et N. On précisera les différents systèmes isolés et la (ou les) équations qui serviront à <u>la seule détermination</u> des efforts T et N.
2. Déterminer le coefficient de frottement f au contact satisfaisant au critère de conception. Application numérique : a=10m, b=4m, L=12m, M_{24}=100kg, M_3=50kg et g=10ms^{-2}. Ce coefficient vous semble-t-il réaliste ?
3. Un autre système de freinage consiste à appliquer un seul couple de freinage $C_{Frein}\,\vec{z}_1$ sur l'axe moteur de la couronne 1 (dans ce cas, la roue 4 n'est pas freinée), préciser le (ou les) systèmes isolés et la (ou les) équations qui serviront à déterminer ce couple de freinage. En donner sa valeur numérique.

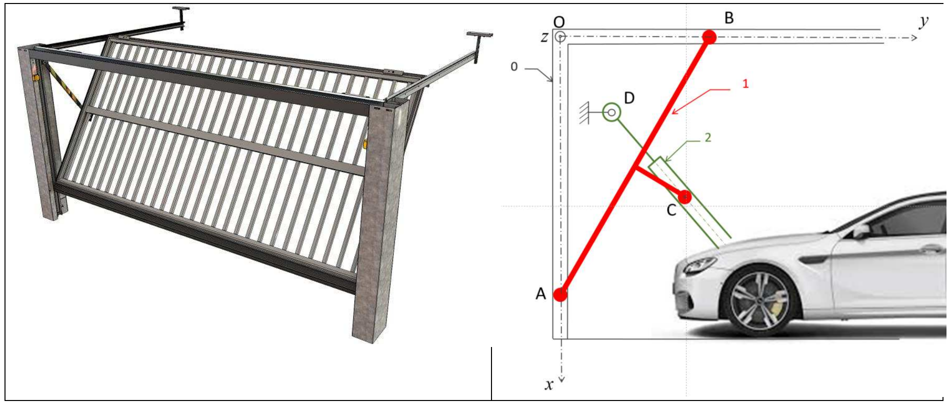
Partie 2 : Etude d'une manœuvre sur une porte de garage basculante non débordante.

La porte 1 est guidée dans son mouvement d'ouverture par :

- deux roulettes inférieures qui circulent dans deux rails verticaux du bâti 0 suivant l'axe $O\vec{x}$,
- deux roulettes supérieures qui circulent dans deux rails horizontaux du bâti 0 suivant l'axe $O\vec{y}$

Le levier de manœuvre 2 est en liaison pivot avec le bâti 0 autour de l'axe $D\vec{z}$. Le levier de manœuvre actionne la porte à travers une roulette en C fixée sur la porte qui peut simplement coulisser dans le levier de manœuvre qui a la forme d'une gouttière à cet endroit.

La commande de cette porte se fait à l'aide d'un moto-réducteur (non représenté) fixé sur le bâti 0 et qui met en rotation le levier de manœuvre 2 autour de l'axe $D\vec{z}$.



La porte est en phase d'ouverture et la rotation de l'axe du motoréducteur est de 2.3875 tr/mn. Pour la position représentée : $\theta = 30°$ et la distance $DC = 1m$.

1. Déterminer dans la position représentée sur la figure la valeur en ms^{-1} de la vitesse $\vec{V}_{C,2/0}$ et la représenter sur le document réponse DR1.
2. Tracer le Centre Instantané de Rotation (CIR) : I_{10} dans le mouvement de la porte 1 par rapport au bâti 0.
3. Déterminer alors le vecteur vitesse $\vec{V}_{C,1/0}$ et en donner sa valeur..
4. En déduire les vitesses à cet instant de l'extrémité A de la porte : $\vec{V}_{A,1/0}$. A cet instant la vitesse du point B $\vec{V}_{B,1/0}$ est-elle plus grande ou plus petite que celle du point A et pourquoi ?.

Formulaire Mécanique du Solide

Torseur en un point A :

$$[T]_{A,\mathcal{B}} = \begin{bmatrix} \vec{R} = \begin{vmatrix} X \\ Y \\ Z \end{vmatrix}_{\mathcal{B}} & \vec{M}_A = \begin{vmatrix} L \\ M \\ N \end{vmatrix}_{\mathcal{B}} \end{bmatrix}_A \quad \text{avec } \vec{M}_{A[T]} = \vec{M}_{B[T]} + \vec{AB} \wedge \vec{R}_{[T]}$$

Torseur cinématique en un point A du mouvement d'un solide rigide :

$$\left[C_{S/\mathcal{R}}\right] = \left[\vec{\Omega}_{S/\mathcal{R}} \quad , \quad \vec{V}_{(A \in S/\mathcal{R})}\right]_A \text{avec } \vec{V}_{(A \in S/\mathcal{R})} = \vec{V}_{(B \in S/\mathcal{R})} + \vec{AB} \wedge \vec{\Omega}_{S/\mathcal{R}}$$

Relation de composition des vitesses : $\vec{V}(A \in S_2 / S_0) = \vec{V}(A \in S_2 / S_1) + \vec{V}(A \in S_1 / S_0)$

Relation de dérivation dans une base mobile : $\left(\frac{d\vec{u}}{dt}\right)_{\mathcal{R}_1} = \left(\frac{d\vec{u}}{dt}\right)_{\mathcal{R}_2} + \vec{\Omega}_{2/1} \wedge \vec{u}$