



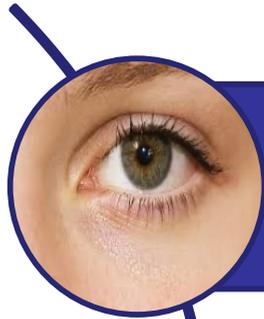
EC 642 – Maths

CM3

La démonstration

Olivier Perlot - INSPE

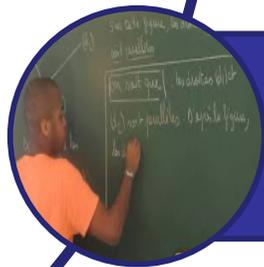
Les trois étapes de l'apprentissage de la géométrie



perceptive



instrumentée



déductive





Vos représentations

- Axiome
- Propriété
- Théorème



Un peu de vocabulaire ?

- Axiome : proposition admise sans démonstration
 - « étant donné un point et une droite, il existe une seule droite passant par ce point et parallèle à la première. »
- Définition : formulation définissant de manière unique un concept, un objet, ...
 - « Un quadrilatère est un polygone à 4 côtés »



Un peu de vocabulaire ?

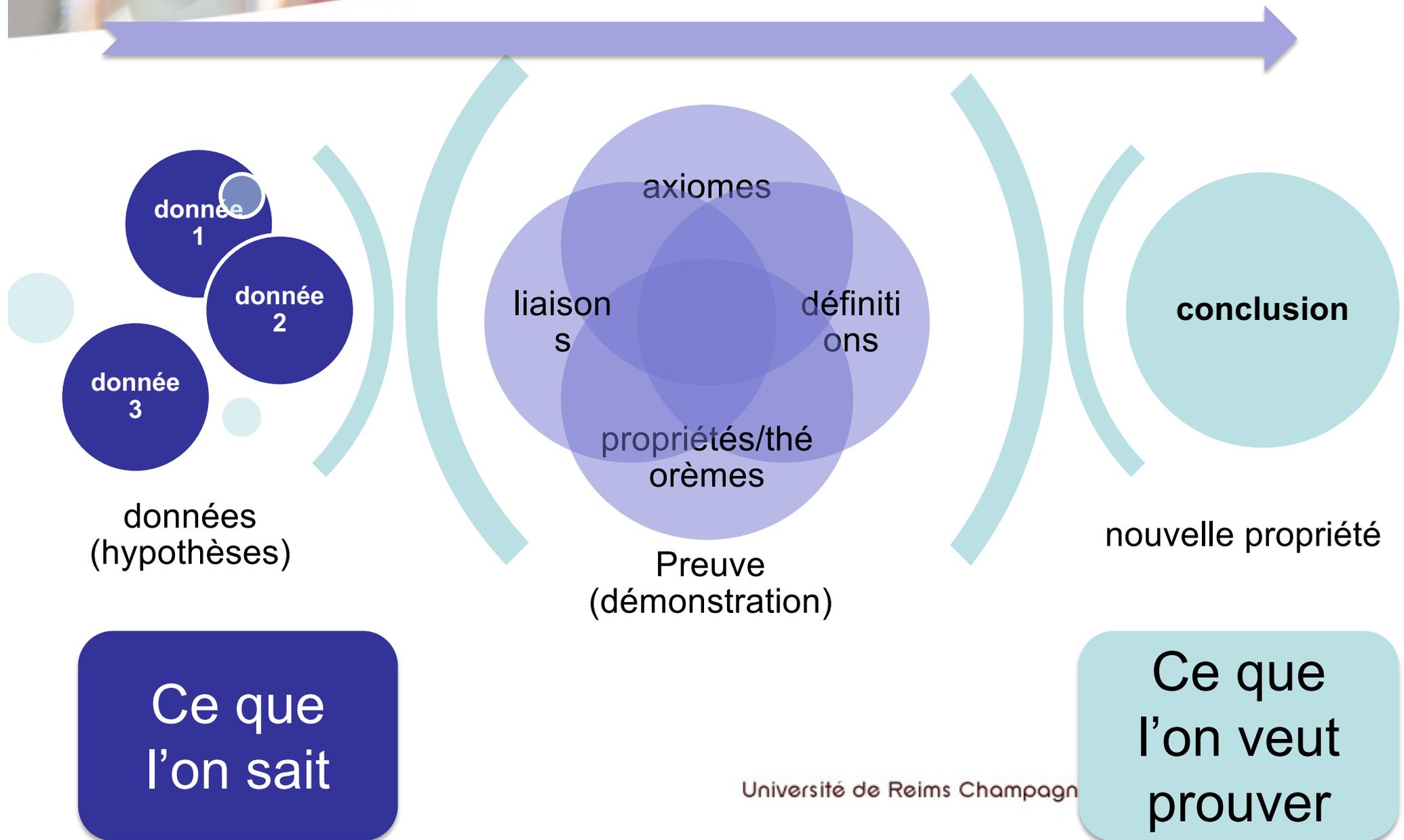
- Propriété : une proposition démontrée
 - « Les diagonales d'un parallélogramme se coupent en leurs milieux »
- Une propriété caractéristique caractérise de manière unique un objet mathématique. Elle est nécessaire et suffisante pour définir cet objet mathématique. Elle peut remplacer la définition.



Un peu de vocabulaire ?

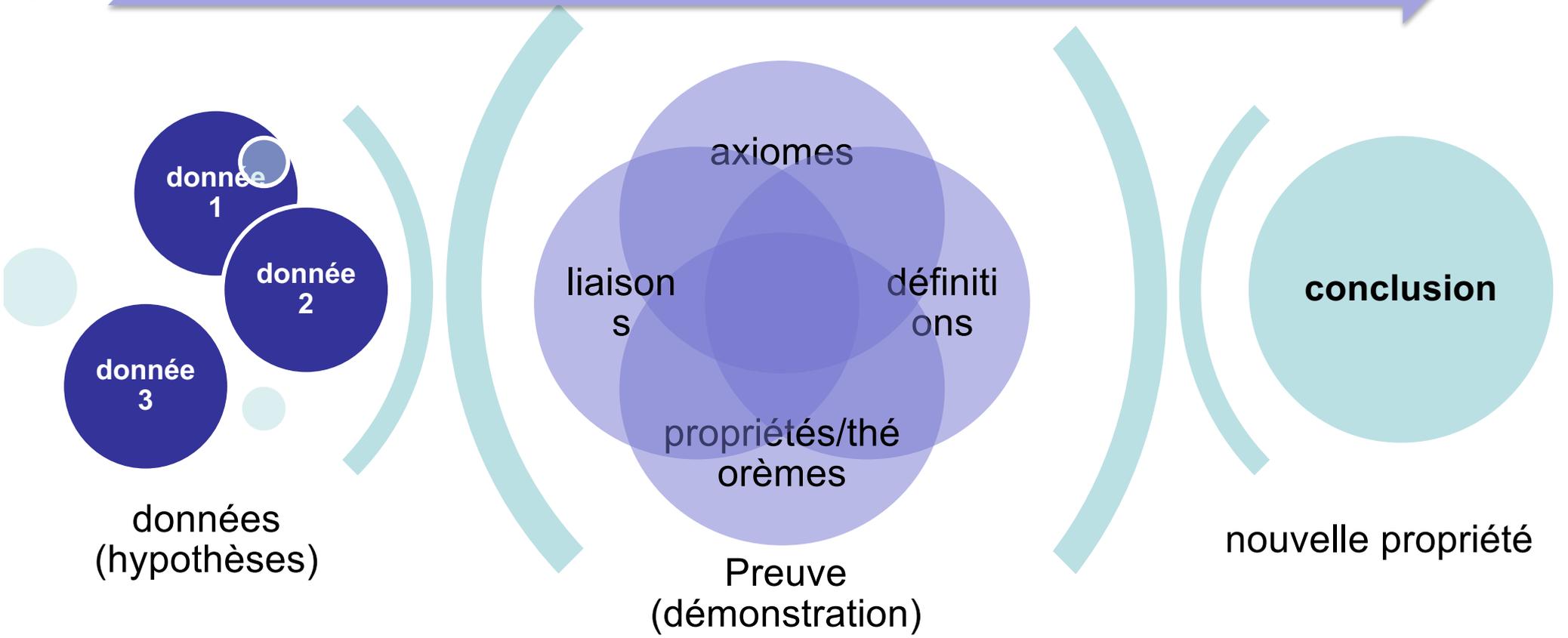
- Théorème : propriété « estimée » importante
 - Pythagore, Thalès,...

Une preuve (démonstration) ?





Après la preuve

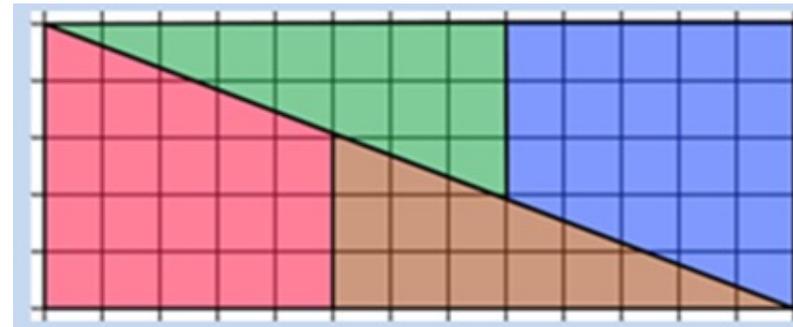
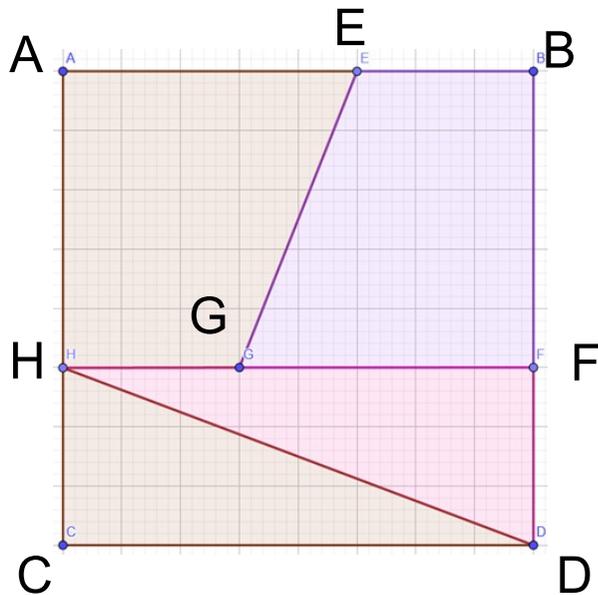


Ce que l'on sait

Ce que l'on sait maintenant

Un problème visuel ?

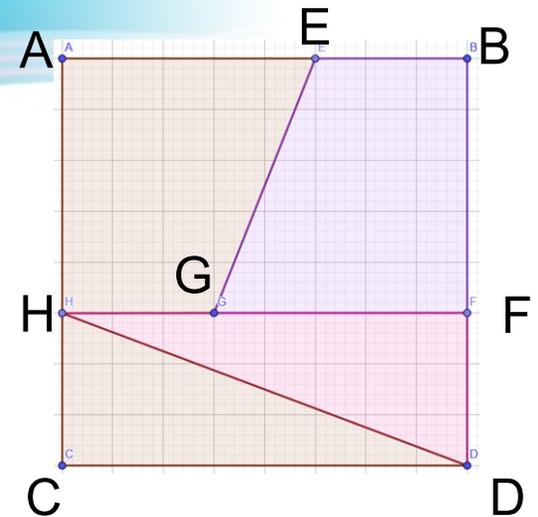
- Les données



- La conclusion ?

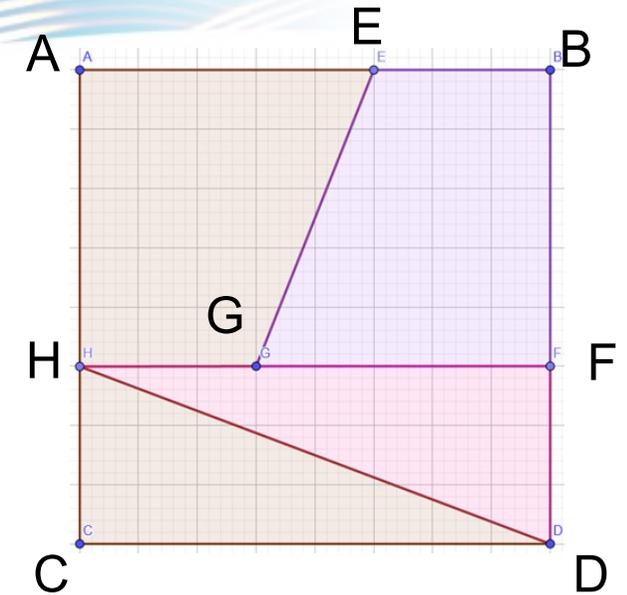
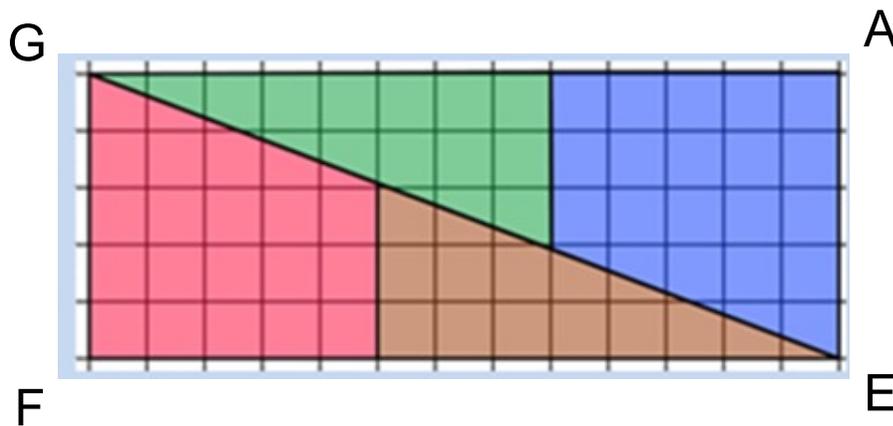
Un problème visuel ?

- Les données ?
 - $ABDC$ carré de coté 8
 - $E \in [AB]$, $AE=5$
 - $F \in [BD]$, $BF=5$
 - $H \in [AC]$, $AH=5$
 - $G \in [HF]$, $FG=5$

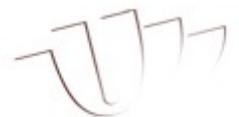


Un problème visuel ?

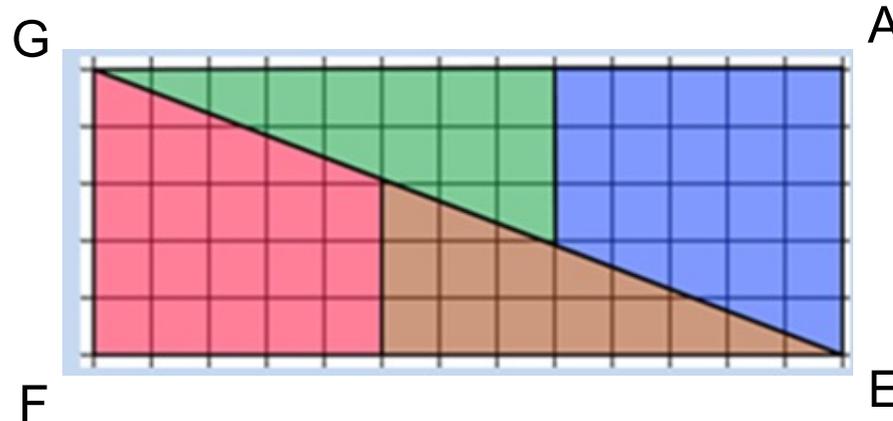
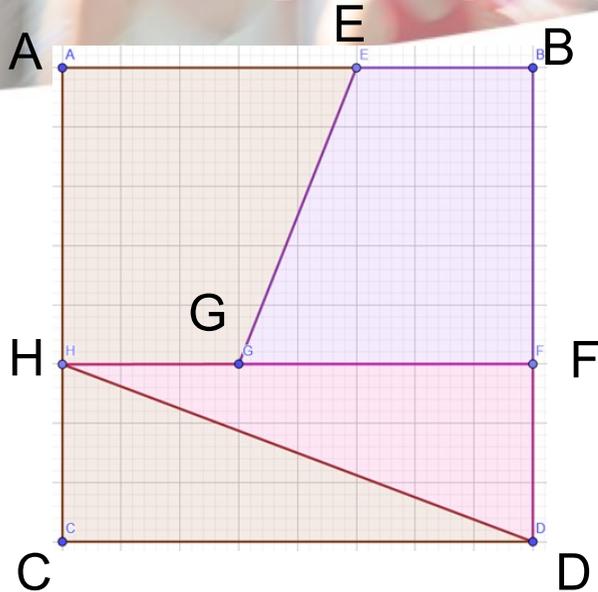
- La conclusion ?



- Il y a un trou dans A E F G ?



Un exemple de preuve 1/2



Aire de $ABDC=64$.

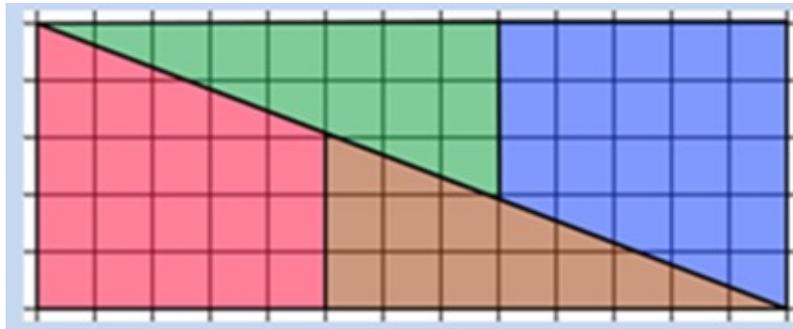
Aire de $AEFG=65$, $64 <> 65$.

Or quelque soit le découpage d'une figure plane, il y a conservation des aires.

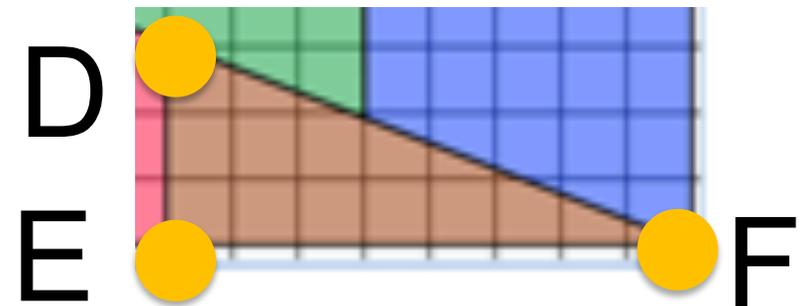
Il y a donc un trou de 1 unité d'aire.



Un exemple de preuve 2/2



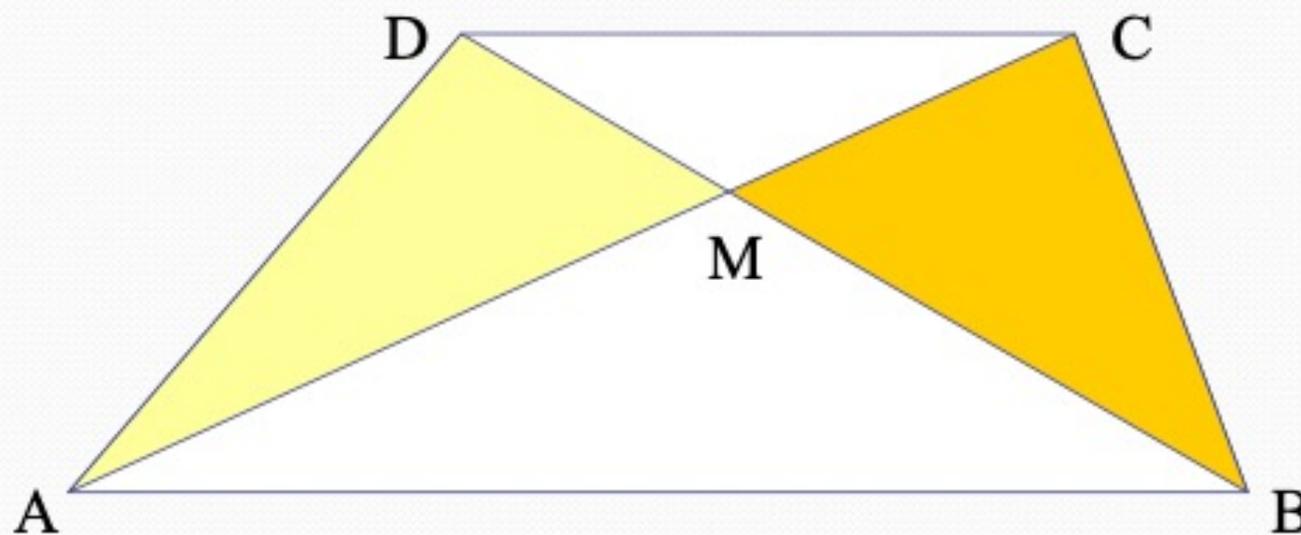
Pente : $AB/BC = -2/5$



Pente : $DE/EF = -3/8$

$-2/5 \neq -3/8$ donc *points non alignés*

ABCD est un trapèze de bases $[AB]$ et $[CD]$.
Les diagonales $[AC]$ et $[BD]$ se coupent en M .

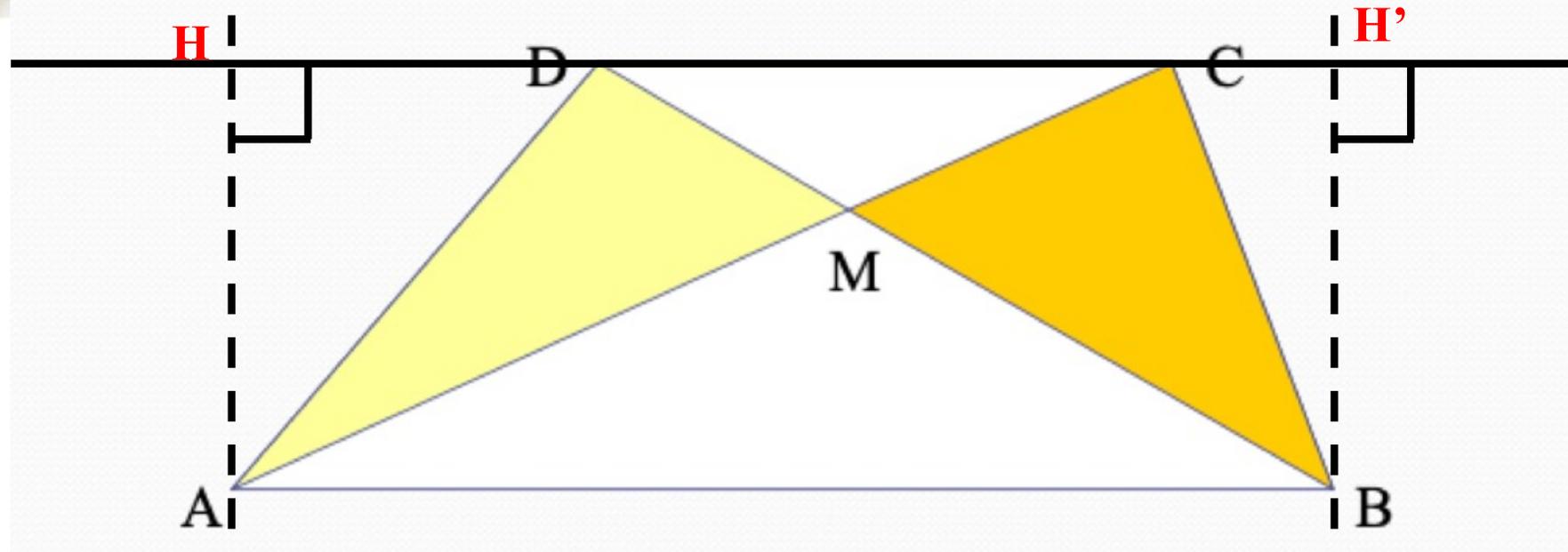


Les 2 triangles AMD et BMC ont-ils la même aire ?

Roland Charnay - Georges Combier - 2013



ABCD est un trapèze de bases [AB] et [CD].
Les diagonales [AC] et [BD] se coupent en M.



$$\text{Aire } ACD = AH \times DC / 2 \quad \text{Aire } BCD = AH' \times DC / 2$$

Or ABH'H est un parallélogramme car il a ses côtés opposés parallèles :
(AB) // (DC) car ABCD trapèze, (AH) // (BH') car ils sont perpendiculaires à (DC).
De plus, ABH'H a au moins un angle droit donc c'est un rectangle. Donc
 $AH = AH'$

Donc aire ACD = aire BCD, si on ôte de ces deux triangles CDM, on en déduit :
aire AMD = aire BMC



Une preuve ?

- Intermède stupide



Les liaisons dangereuses : Logique ou pas ?

① POUR OBTENIR 1 FEMME, ON A BESOIN DE TEMPS ET D'ARGENT.

ON PEUT DONC POSER: $FEMME = TEMPS \times ARGENT$

② ON SAIT QUE "LE TEMPS, C'EST DE L'ARGENT"

⇒ DONC: $TEMPS = ARGENT$

CE QUI DONNE: $FEMME = ARGENT \times ARGENT$

↳ $FEMME = (ARGENT)^2$

③ ON SAIT AUSSI QUE "L'ARGENT EST LA RACINE DE TOUS LES PROBLEMES:"

$ARGENT = \sqrt{PROBLEMES}$

CE QUI DONNE: $FEMME = (\sqrt{PROBLEMES})^2$

↳ DONC: $FEMME = PROBLEMES$

Remplacez femme par homme ;-)

① Pour obtenir 1 FEMME, ON A BESOIN DE TEMPS ET D'ARGENT.

ON PEUT DONC POSER: $FEMME = TEMPS \times ARGENT$

② ON SAIT QUE TEMPS, C'EST DE L'ARGENT

⇒ DONC: $TEMPS = ARGENT$

CE QUI DONNE: $FEMME = ARGENT \times ARGENT$

↳ $FEMME = (ARGENT)^2$

③ ON SAIT AUSSI QUE ARGENT EST LA RACINE DE TOUS LES PROBLEMES:

$ARGENT = \sqrt{PROBLEMES}$

CE QUI DONNE: $FEMME = (\sqrt{PROBLEMES})^2$

⇒ DONC: $FEMME = PROBLEMES$

conjonctions de coordination	elles expriment...	exemple
mais	... une restriction ou une opposition.	<i>Elle aurait aimé venir mais elle est malade.</i>
ou	... un choix.	<i>Veux-tu un thé ou un café ?</i>
et	... une addition.	<i>J'ai un chat et un poisson rouge.</i>
donc	... une conséquence.	<i>Elle se repose, elle sera donc en forme.</i>
or	... une concession.	<i>Elise m'attendait, or je ne l'ai pas vue.</i>
ni... ni	... une négation redoublée.	<i>Ni vu, ni connu.</i>
car	... une cause.	<i>Elle pleure de joie car elle a eu son examen.</i>



La cause et la conséquence ?

- C'est un animal **car** c'est un chien.

conséquence

cause

- C'est un chien **donc** c'est un animal .

cause

conséquence

- C'est un cétacé **donc/car** c'est un mammifère marin inféodé à l'eau

cause conséquence

cause conséquence

- **Équivalence**



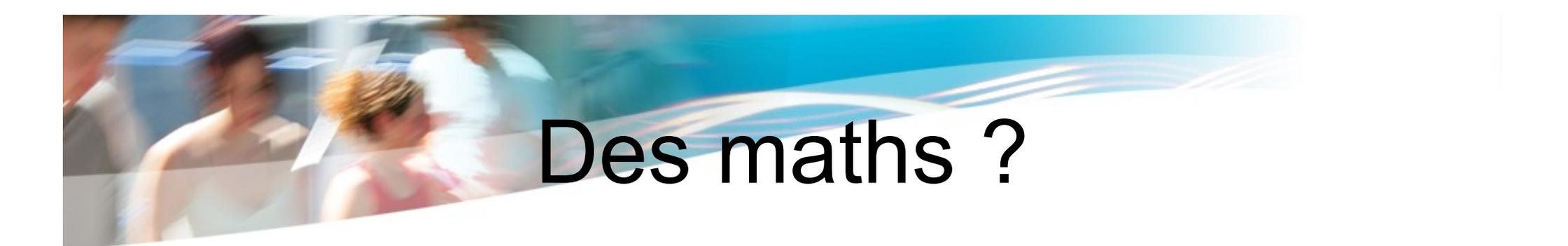
Des liaisons ? du français ?

Cause et conséquence

1 Compléter les phrases par *car* ou *donc*.

- ◆ Il est malade il ne viendra pas.
- ◆ J'ai reçu un cadeau c'est mon anniversaire.
- ◆ Je suis Européen je suis Français.
- ◆ Je ne suis pas Européen je ne suis pas Allemand.
- ◆ Fabrice est triste c'est la fin des vacances.
- ◆ Il pleut la fête est annulée.





Des maths ?

1 Compléter les phrases par *car* ou *donc*.

- ◆ Le nombre x est supérieur à 3 il est supérieur à 2.
- ◆ $y^2=9$ $y=3$
- ◆ $x \in [-1;4]$ $x \in [-2;5]$
- ◆ Le nombre a est inférieur à 5 a est inférieur à 3.
- ◆ Le quadrilatère a deux angles droits c'est un rectangle.





Travail en groupe (3 à 4 personnes)

- Créez trois phrases, elles devront utiliser des mots parmi :
 - Polygone, parallélogramme, rectangle, losange, carré, perpendiculaire, diagonale, milieu
 - Donc ou car
- Une phrase aura du sens seulement avec car, la seconde uniquement avec donc, la dernière avec donc et car
- Proposez vos phrases au groupe classe en omettant car/donc

