



EC 642 – Maths

CM4

La démonstration

Olivier Perlot - INSPE

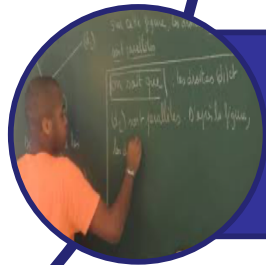
Les trois étapes de l'apprentissage de la géométrie



perceptive



instrumentée



déductive





Vos représentations

- Axiome
- Propriété
- Théorème



Un peu de vocabulaire ?

- Axiome : propriété admise sans démonstration
 - « étant donné un point et une droite, il existe une seule droite passant par ce point et parallèle à la première. »
- Définition : formulation définissant de manière unique un concept, un objet, ...
 - « Un quadrilatère est un polygone à 4 côtés »



Un peu de vocabulaire ?

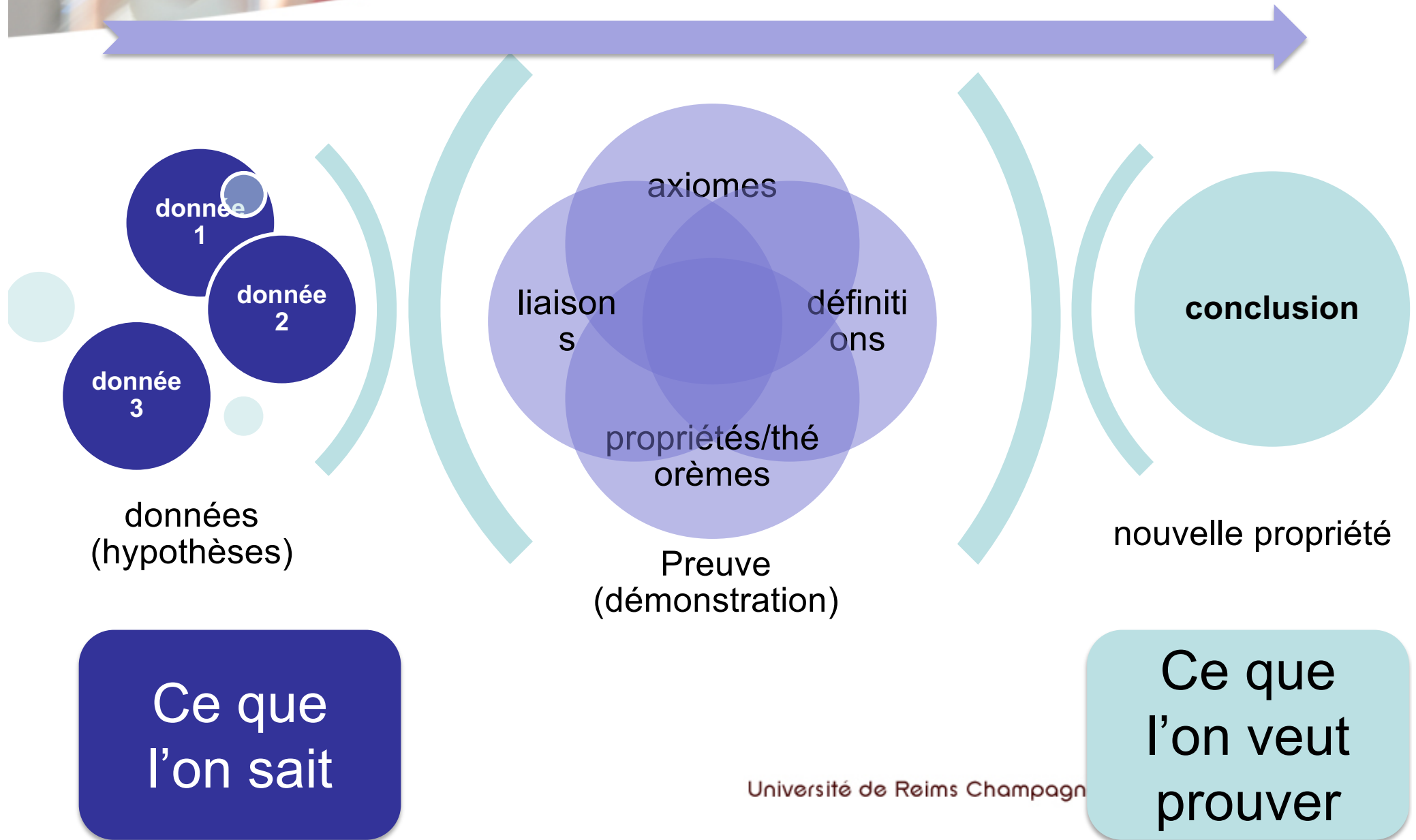
- Propriété ; une proposition démontrée
 - « Les diagonales d'un parallélogramme se coupent en leurs milieux »
- Une propriété caractéristique caractérise de manière unique un objet mathématique. Elle est nécessaire et suffisante pour définir cet objet mathématique. Elle peut remplacer la définition.



Un peu de vocabulaire ?

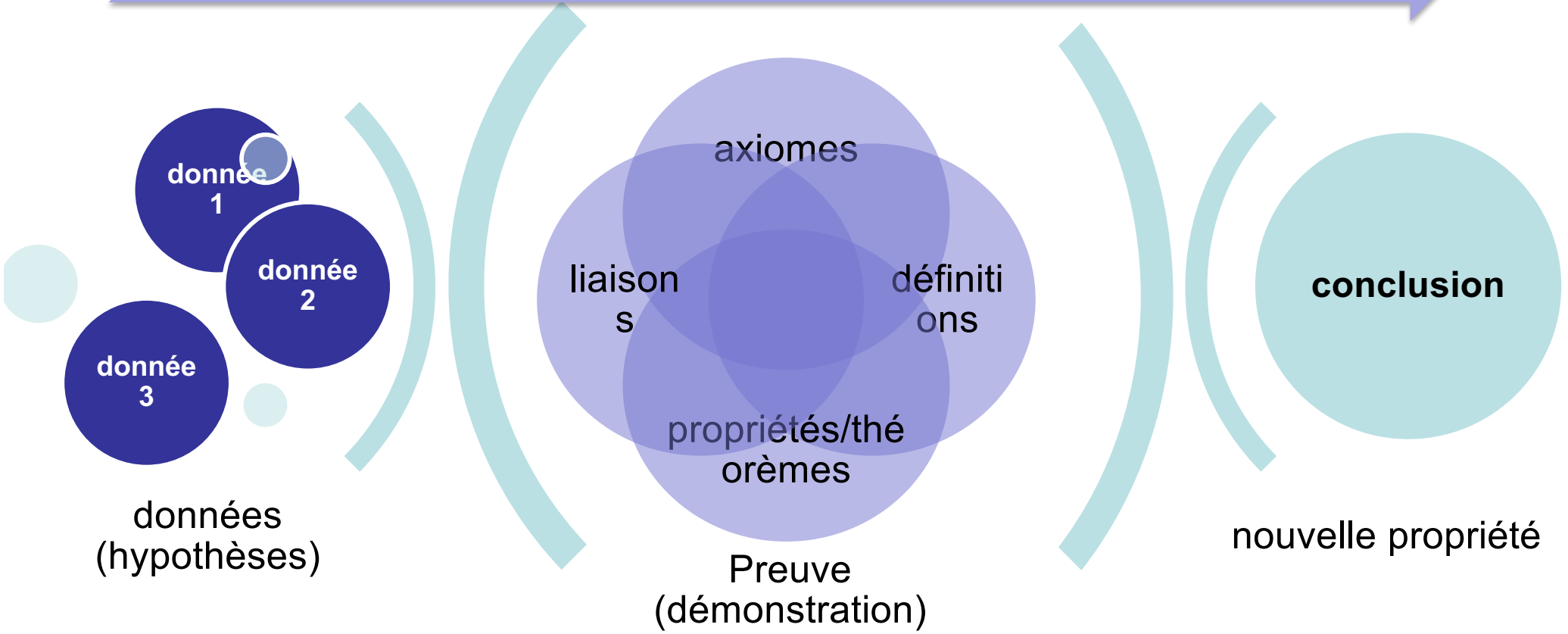
- Théorème : propriété « estimée » importante
 - Pythagore, Thalès,...

Une preuve (démonstration) ?





Après la preuve



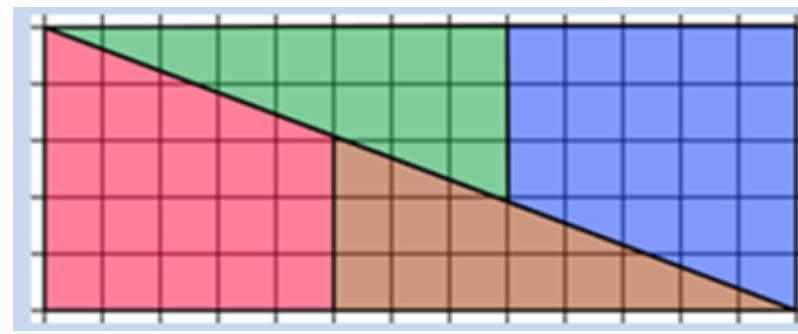
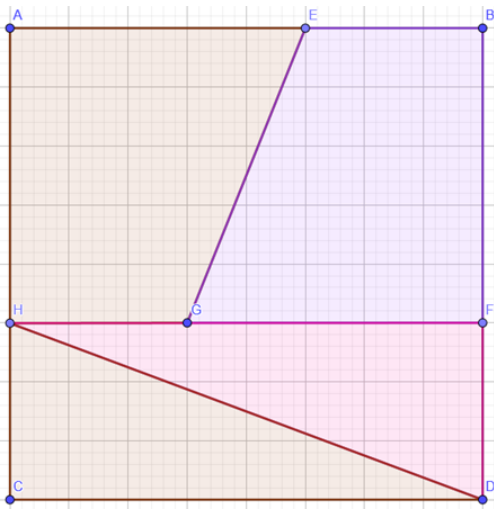
Ce que l'on sait

Ce que l'on sait maintenant



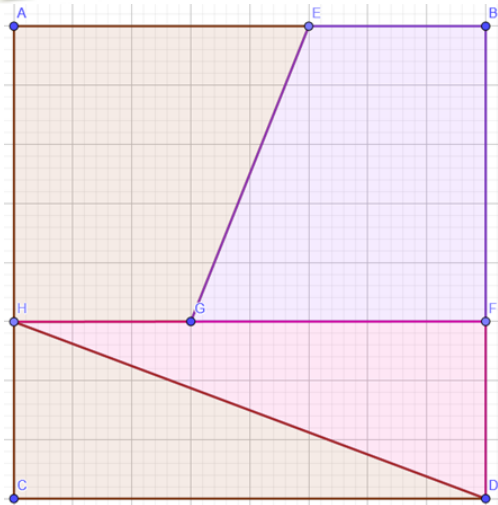
Un problème visuel ?

- Les données ?



- La conclusion ?

Un exemple de preuve 1/2



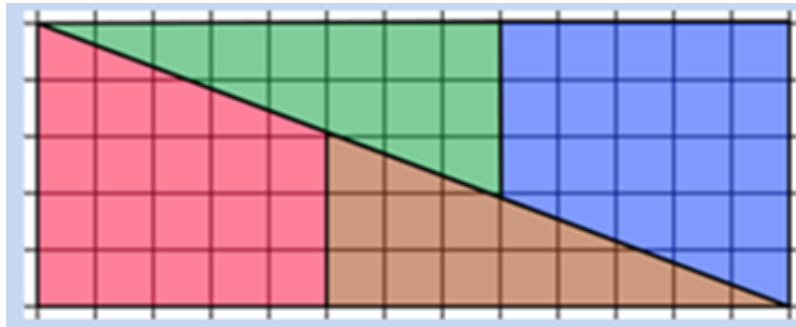
$$64 \langle \rangle 65$$

Conservation des aires

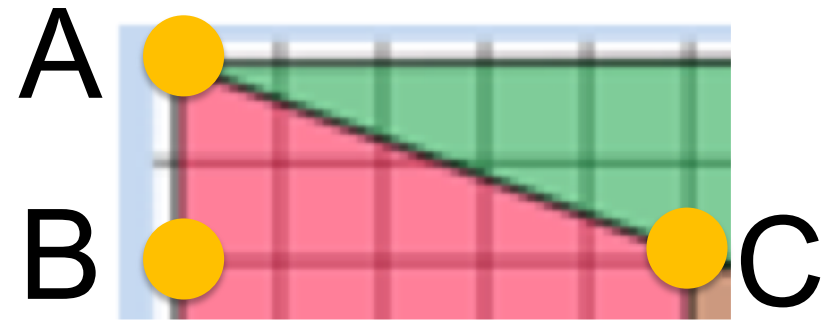
Conclusion est fausse



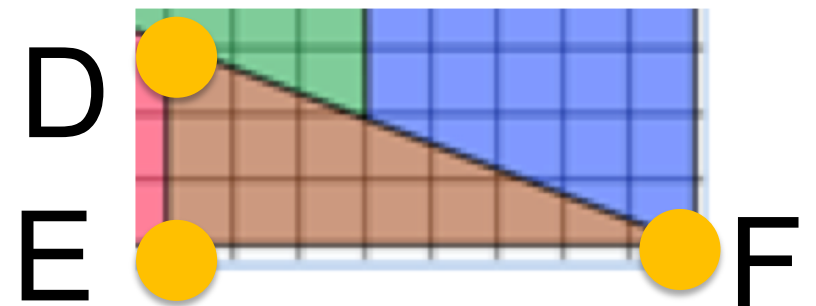
Un exemple de preuve 2/2



Pente : $AB/BC=2/5$

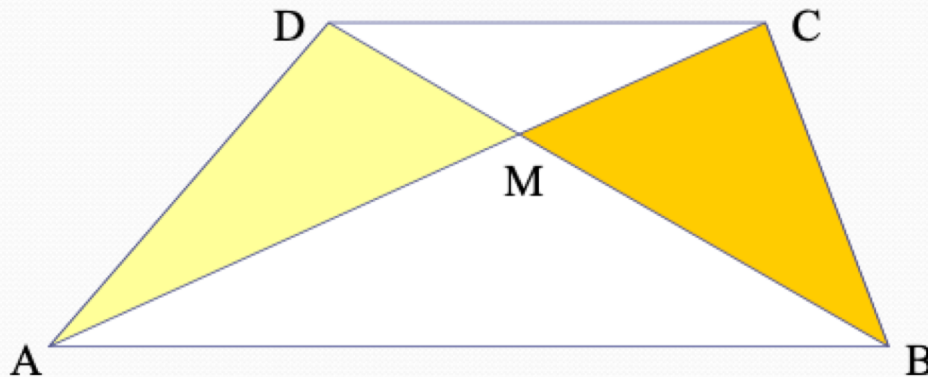


Pente : $DE/EF=3/8$



$2/5 <> 3/8$ donc *points non alignés*

ABCD est un trapèze de bases [AB] et [CD].
Les diagonales [AC] et [BD] se coupent en M.



Les 2 triangles AMD et BMC ont-ils la même aire ?

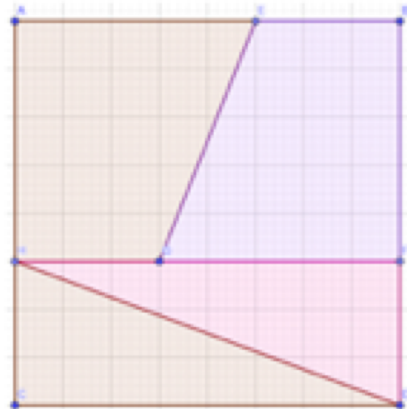
Roland Charnay - Georges Combier - 2013

Les deux défis

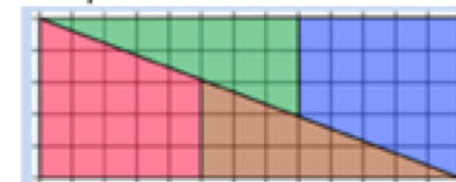
la tablette de chocolat

Chaque côté d'un carreau du quadrillage mesure 1 cm.

1. Exprimer la surface du carré ci-dessous en cm^2 .

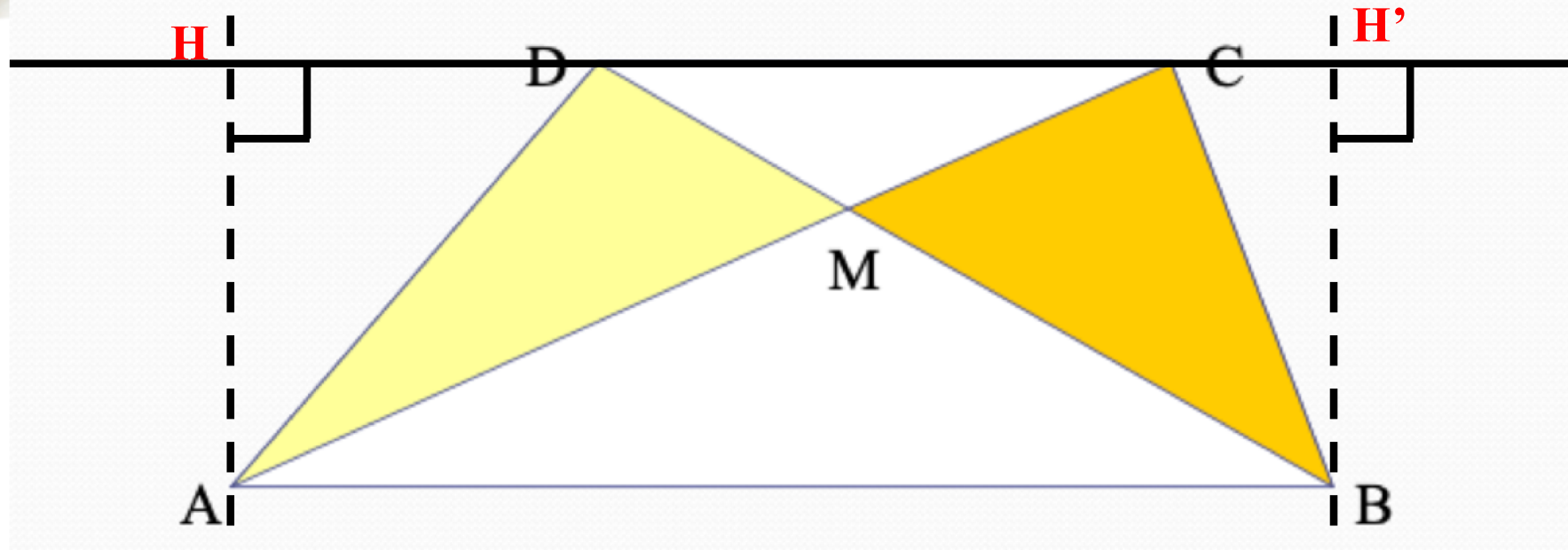


2. Découpe le carré ci-contre et reconstitue le rectangle comme indiqué ci-dessous :



3. Calcule la surface de la figure ci-dessus. Chaque carreau du quadrillage mesure 1 cm^2 .
4. Quelle conclusion peut-on en déduire ?

ABCD est un trapèze de bases [AB] et [CD].
Les diagonales [AC] et [BD] se coupent en M.



$$\text{Aire } ACD = AH \times DC / 2 \quad \text{Aire } BCD = AH' \times DC / 2$$

Or ABH'H est un parallélogramme car il a ses côtés opposés parallèles :
(AB) // (DC) car ABCD trapèze, (AH) // (BH') car ils sont perpendiculaires à (DC).
De plus, ABH'H a au moins un angle droit donc c'est un rectangle. Donc
 $AH = AH'$

Donc aire ACD = aire BCD, si on ôte de ces deux triangles CDM, on en déduit :
aire AMD = aire BMC



Une preuve ?



Les liaisons dangereuses : Logique ou pas ?

① POUR OBTENIR 1 FEMME, ON A BESOIN DE TEMPS ET D'ARGENT.

ON PEUT DONC POSER: $FEMME = TEMPS \times ARGENT$

② ON SAIT QUE "LE TEMPS, C'EST DE L'ARGENT"

⇒ DONC: $TEMPS = ARGENT$

CE QUI DONNE: $FEMME = ARGENT \times ARGENT$

↳ $FEMME = (ARGENT)^2$

③ ON SAIT AUSSI QUE "L'ARGENT EST LA RACINE DE TOUS LES PROBLEMES:"

$ARGENT = \sqrt{PROBLEMES}$

CE QUI DONNE: $FEMME = (\sqrt{PROBLEMES})^2$

↳ DONC: $FEMME = PROBLEMES$

Remplacez femme par homme ;-)

① Pour obtenir 1 FEMME, ON A BESOIN DE TEMPS ET D'ARGENT.

ON PEUT DONC POSER: $FEMME = TEMPS \times ARGENT$

② ON SAIT QUE TEMPS, C'EST DE L'ARGENT

⇒ DONC: $TEMPS = ARGENT$

CE QUI DONNE: $FEMME = ARGENT \times ARGENT$

↳ $FEMME = (ARGENT)^2$

③ ON SAIT AUSSI QUE ARGENT EST LA RACINE DE TOUS LES PROBLEMES:

$ARGENT = \sqrt{PROBLEMES}$

CE QUI DONNE: $FEMME = (\sqrt{PROBLEMES})^2$

⇒ DONC: $FEMME = PROBLEMES$

conjonctions de coordination	elles expriment...	exemple
mais	... une restriction ou une opposition.	<i>Elle aurait aimé venir mais elle est malade.</i>
ou	... un choix.	<i>Veux-tu un thé ou un café ?</i>
et	... une addition.	<i>J'ai un chat et un poisson rouge.</i>
donc	... une conséquence.	<i>Elle se repose, elle sera donc en forme.</i>
or	... une concession.	<i>Elise m'attendait, or je ne l'ai pas vue.</i>
ni... ni	... une négation redoublée.	<i>Ni vu, ni connu.</i>
car	... une cause.	<i>Elle pleure de joie car elle a eu son examen.</i>



Des liaisons ? du français ?

1 Compléter les phrases par **car** ou **donc**.

- ◆ Il est malade il ne viendra pas.
- ◆ J'ai reçu un cadeau c'est mon anniversaire.
- ◆ Je suis Européen je suis Français.
- ◆ Je ne suis pas Européen je ne suis pas Allemand.
- ◆ Fabrice est triste c'est la fin des vacances.
- ◆ Il pleut la fête est annulée.



Des maths ?

1 Compléter les phrases par *car* ou *donc*.

- ◆ Le nombre x est supérieur à 3 il est supérieur à 2.
- ◆ $y^2=9$ $y=3$
- ◆ $x \in [-1;4]$ $x \in [-2;5]$
- ◆ Le nombre a est inférieur à 5 a est inférieur à 3.
- ◆ Le quadrilatère a deux angles droits c'est un rectangle.



Du français ? Syllogisme ou sophisme

Tout ce qui est rare est cher. Un cheval bon marché est rare.
Donc un cheval bon marché est cher

Tous les hommes sont mortels
Or Socrate est un homme
Donc Socrate est mortel.

Tous les chats sont mortels. Or Socrate est mortel.
Donc Socrate est un chat.

Plus il y a de gruyère, plus il y a de trous.

Plus il y a de trous, moins il y a de gruyère.

Donc plus il y a de gruyère, moins il y a de gruyère.