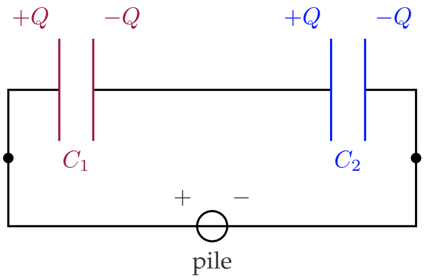
Condensateur (suite)

- Capacité d'un condensateur
- Lois des mailles, lois des noeuds
- Travail d'une force, Energie

1 Associations de condensateurs

1.1 Association en série



Association de deux capacité en série.

Lorsque deux capacités sont branchées en série, le courant qui a permis l'accumulation de charges sur l'armature gauche de C_1 est le même que celui qui a vidé les charges de l'armature droite de C_2, donc $Q_1 = Q_2$ que l'on notera $Q_1 = Q$.
La différence de potentielle totale entre les bornes de la pile vaut :

$$\Delta V = \Delta V_1 + \Delta V_2$$
$$\Delta V = \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2}$$
$$\Delta V = Q \times \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}\right)$$

Tout ce passe comme si il n'y avait qu'un seul condensateur, de capacité C_{eq} tel que :

$$\boxed{\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}}$$

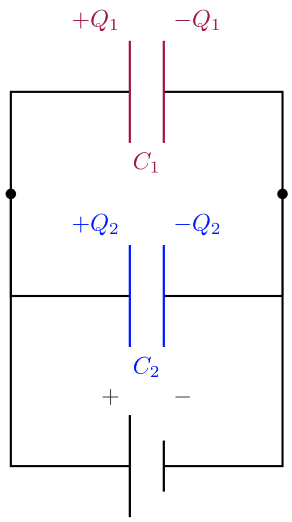
Soit

$$\boxed{C_{eq} = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}}$$

Propriétés 1.1 — Association de C en série.
L'association de condensateurs C_i en série vérifie :

$$\boxed{\frac{1}{C_{eq}} = \sum_i \frac{1}{C_i}}$$

1.2 Association en parallèle



Association de deux capacité en parallèle.

Lorsque deux condensateurs sont associés en **parallèle**, le potentiel des bornes gauches sont les mêmes (car elles sont reliées par des fils). De même pour la borne de droite. Donc

$$\Delta V_1 = \Delta V_2 = \Delta V_{pile}$$

La charge totale qui s'accumule sur l'ensemble des deux condensateurs est, par la loi des nœuds :

$$Q = Q_1 + Q_2$$
$$Q = C_1 \Delta V_1 + C_2 \Delta V_2 = (C_1 + C_2)\Delta V$$

Au final il reste :

$$Q = C_{eq} \Delta V$$

avec

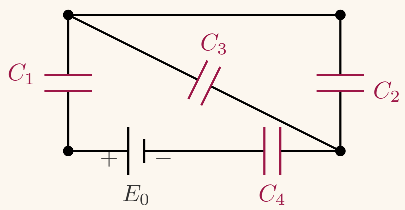
$$\boxed{C_{eq} = C_1 + C_2}$$

Propriétés 1.2 — Association de C en parallèle.
L'association de condensateurs C_i en parallèle vérifie :

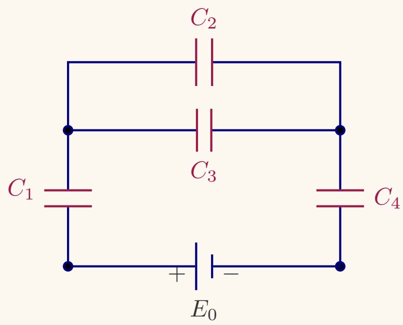
$$\boxed{C_{eq} = \sum_i C_i}$$

R Attention : les composants électriques **ne sont pas forcément en série ou bien en parallèle**. Il peuvent n'être ni l'un ni l'autre. Si l'on cherche une capacité équivalente, le calcul de capacité équivalente est plus compliqué.

Exercice 1.1 — Associations de condensateurs.
Déterminer la capacité équivalente du circuit ci-dessous.



On re-dessine le circuit pour bien mettre en évidence ce qui est en parallèle et ce qui ne l'est pas :



C_2 est en parallèle de C_3. Cela correspond à une capacité équivalente :

$$C_{23} = C_2 + C_3$$

R L'association de deux capacités en parallèle est parfois notée avec le symbole "parallèle" : $\|$:

$$C_{eq} = C_{\|}$$

Il reste alors trois capacité en série : C_1, C_{23} et C_4 :

$$\boxed{\frac{1}{C_{tot}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_{23}} + \frac{1}{C_4}}$$

2 Énergie emmagasinée

L'énergie accumulée par un condensateur correspond au travail nécessaire pour accumuler les charges sur l'armature.
On sait que la variation d'énergie potentielle pour une charge infinitésimale dq subissant une variation de potentielle ΔV vaut :

$$dE_p = dq\Delta V$$

Et si la différence de potentielle est celle d'un condensateur de charge q, on a :

$$dE_p = dq \times \frac{q}{C}$$

L'énergie totale accumulée par lorsqu'un condensateur part de $Q = 0$ à $+Q$ vaut donc :

$$\Delta E_p \stackrel{\text{def}}{=} \int_0^Q dE_p$$
$$\Delta E_p = \int_0^Q \frac{q}{C} dq$$
$$\Delta E_p = \frac{Q^2}{2C}$$

Propriétés 2.1 — Énergie accumulée par un condensateur.

l'énergie accumulée par un condensateur de charge Q sous une tension $U = -\Delta V$ vaut :

$$\boxed{\mathcal{E}_p(elec) = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}}$$

Et comme pour un condensateur, $Q = CU$

$$\boxed{\mathcal{E}_p(elec) = \frac{1}{2}CU^2}$$

Dans le cas d'un condensateur plan, cela correspond à :

$$\begin{aligned}
\mathcal{E}_p(elec) &= \frac{1}{2}CU^2 \\
\mathcal{E}_p(elec) &= \frac{1}{2}\left(\frac{\epsilon A}{d}\right)(E \times d)^2 \\
\mathcal{E}_p(elec) &= \frac{1}{2}\epsilon E^2 \times (A \times d)
\end{aligned}$$

Avec $(A \times d)$ le volume de diélectrique situé entre les deux armatures. Si on divise cette valeur par le volume total, on obtient la **densité d'énergie électrique** :

$$u_e \stackrel{\text{def}}{=} \frac{1}{2}\epsilon E^2$$

Définition 2.1 — Densité d'énergie électrique.
La densité d'énergie liée au champ électrique s'exprime :

$$\boxed{u_e \stackrel{\text{def}}{=} \frac{1}{2}\epsilon E^2}$$

Plus généralement, la densité d'énergie électromagnétique se notera :

$$\boxed{u_{em} \stackrel{\text{def}}{=} \frac{1}{2}\epsilon E^2 + \frac{1}{2\mu}B^2}$$