Force électrique

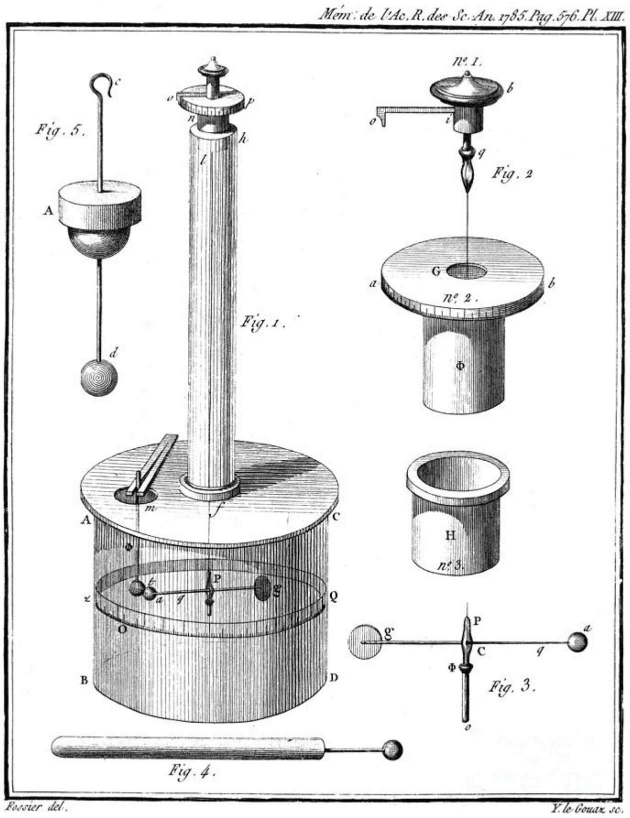
PRÉREQUIS

- Physique :
  - ✓ Charge électrique
- Mathématique :
  - ✓ Concept de vecteur
  - ✓ Être capable de projeter un vecteur sur un système d'axe.

Les charges exercent des forces les unes sur les autres. On cherche une expression mathématique pour cette force : qualitativement on sait d'ores et déjà que l'expression finale doit vérifier les propriétés suivantes :

- La force est d'autant plus grande que la charge de chaque corps est grande.
- La force est d'autant plus grande que les corps sont proches.

Historiquement, l'expression mathématique précise a été déterminée à l'aide d'une balance de torsion.



Principe de la balance de torsion utilisée par Coulomb pour mesurer la force électrostatique en fonction de la distance séparant deux boules chargées.

1 Énoncé

On considère deux particules chargées **ponctuelles** :

- C_1 de charge q_1, située au point M_1
- C_2 de charge q_2, située au point M_2
- On appelle r la distance M_1M_2 :

$$r \stackrel{\text{def}}{=} \|\overrightarrow{M_1M_2}\|$$

- On appelle $\vec{u}_{1\to 2}$ le **vecteur unitaire** suivant la direction de M_1 à M_2.

$$\vec{u}_{1\to 2} \stackrel{\text{def}}{=} \frac{\overrightarrow{M_1M_2}}{M_1M_2}$$

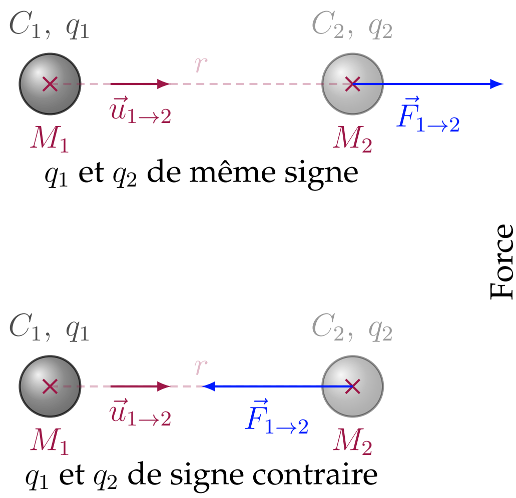
Définition 1.1 — Force électrostatique - loi de COULOMB.
La force électrostatique qu'exerce C_1 sur C_2 :

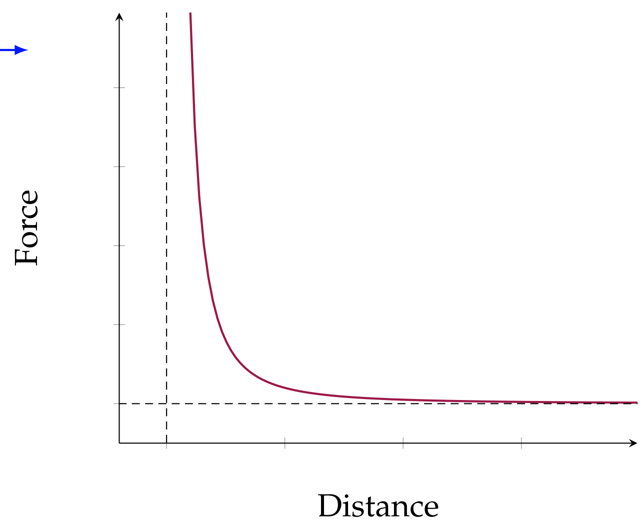
$$\boxed{\vec{F}_{1\to 2} \stackrel{\text{def}}{=} k\frac{q_1q_2}{r^2}\vec{u}_{1\to 2}}$$

avec k une constante, dérivée de ϵ_0 - la **permittivité du vide** -, dont la valeur est :

$$k \equiv \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \approx 9\times 10^9\ N\cdot m^2\cdot C^{-2}$$

Remarquez comme le vecteur unitaire part de la source de la force vers la cible de la force.





R Il est parfois utile d'exprimer la loi de Coulomb sans vecteur unitaire (vérifier que cela donne bien la même chose) :

$$\boxed{\vec{F}_{1\to 2} = k\frac{q_1q_2}{r^3}\overrightarrow{M_1M_2}}$$

Comme les particules chargées subissent des forces en présence d'autres charges, elles seront mises en **mouvement** (voir **principe fondamental de la dynamique** en cours de mécanique). C'est là l'intérêt de l'étude de la loi de Coulomb, cela permet de déterminer le mouvement et le comportement futur d'un objet chargé.

2 Propriété importante

Propriétés 2.1 — Principe de superposition.
Si on considère trois charges A, B et C, la résultante des forces sur C est simplement :

$$\boxed{\vec{F}_{tot} = \vec{F}_{A\to C} + \vec{F}_{B\to C}}$$

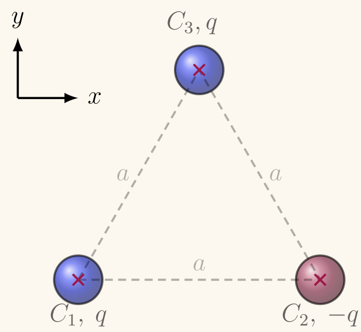
Autrement dit, l'interaction entre deux charges ponctuelles est **indépendante** de la présence d'autres charges. Ou encore : quand un système contient plusieurs charge ponc-

tuelles, on peut le considérer comme l'addition (la **superposition**) de chacun des éléments séparément.
Si on considère N particules chargées qui exercent une influence sur la particule A, on a :

$$\vec{F}_A = \vec{F}_{1\to A} + \vec{F}_{2\to A} + \vec{F}_{3\to A} + \dots$$

$$\vec{F}_A = \sum_{i=1}^{N} \vec{F}_{i\to A}$$

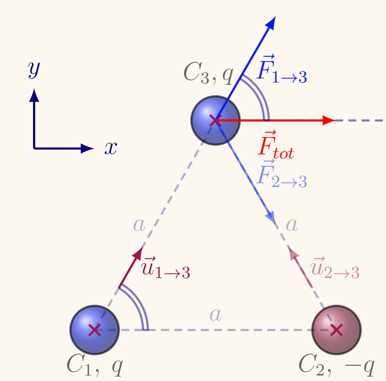
Exercice 2.1 — Trois charges ponctuelles.
Trois charges ponctuelles C_1, C_2 et C_3 de charges respectives q, $-q$ et q sont fixées sur les sommets d'un triangle équilatéral de côté a.



Déterminer la résultante des forces sur C_3 (on suppose qu'on connait la valeur de q, a et k).
Par superposition, on sait que $\vec{F}_{tot} = \vec{F}_{1\to 3} + \vec{F}_{2\to 3}$ avec :

$$\begin{aligned}
\vec{F}_{1\to 3} &= k\frac{q^2}{a^2}\vec{u}_{1\to 3} \\
\vec{F}_{2\to 3} &= k\frac{q\cdot(-q)}{a^2}\vec{u}_{2\to 3} \\
&= -k\frac{q^2}{a^2}\vec{u}_{2\to 3} \\
\vec{F}_{tot} &= k\frac{q^2}{a^2}\left(\vec{u}_{1\to 3} - \vec{u}_{2\to 3}\right)
\end{aligned}$$

Comme on n'aime pas les vecteurs, on projette ! Ici, les coordonnées cartésiennes sont suggérées par le dessin. Allons-y :



$$\vec{u}_{1\to 3} = 1 \times \begin{pmatrix} cos(\pi/3) \\ sin(\pi/3) \end{pmatrix}$$

$$\vec{u}_{2\to 3} = 1 \times \begin{pmatrix} -cos(\pi/3) \\ sin(\pi/3) \end{pmatrix}$$

On peut donc remplacer dans la formule déjà obtenue pour $\vec{F}_{tot}$:

$$\vec{F}_{tot} = k\frac{q^2}{a^2}\begin{pmatrix} cos(\pi/3) + cos(\pi/3) \\ sin(\pi/3) - sin(\pi/3) \end{pmatrix}$$

$$\boxed{\vec{F}_{tot} = k\frac{q^2}{a^2}\begin{pmatrix} 2 \cdot cos(\pi/3) \\ 0 \end{pmatrix}}$$

La force est bien orientée selon l'axe x, ce qu'on aurait pu deviner avec le dessin.